	Titre	Catégories	Origine	Domaine
1	Un ruban bien colorié	3	SI	Suite périodique dans N : recherche d'un terme de rang donné
2	Le petit Poucet	3 4	LU	Arithmétique : somme d'entiers naturels consécutifs
3	Les tablettes de chocolat	3 4	GTCP	Proportionnalité quantité/prix : recherche d'un prix erroné
4	Les desserts de Samia	3 4 5	SR	Recherche du nombre de combinaisons possibles
5	Papier déplié (I)	3 4 5	GTGP	Géométrie : isoler des carrés dans une figure complexe
6	La tente canadienne	4 5 6	GTGE	Géométrie 3D : polygones permettant de réaliser un prisme droit à base triangulaire
7	Le livre de Marc	4 5 6	RV	Suite numérique dans N : détermination du rang du premier terme satisfaisant une contrainte
8	La carte routière	5 6	GTNU	Décimaux : replacer les virgules pour satisfaire des contraintes
9	Collection de BD	5 6 7	GTNU	Arithmétique : scinder les 162 premiers entiers naturels en trois groupes avec contraintes
10	Escaliers de cure-dents	5 6 7	UD	Suite numérique et géométrie : déterminer le rang d'un terme
11	Papier déplié (II)	6 7	GTGP	Géométrie : isoler des carrés dans une figure complexe
12	Le confiseur confus	6 7 8	BL	Proportionnalité : compléter un mélange
13	Le jardin de Flora	7 8	SI	Arithmétique/Algèbre : détermination de 4 nombres
14	Le collage	7 8	GTAL	Algèbre : équation à une inconnue
15	Parcours de robots sauteurs	7 8	GTFO	Représentation graphique : fonctions linéaire et affine
16	Le seigneur de Transalpie	8	AO	Algèbre : systèmes de 2 inégalités
17	Les tulipes d'Anne	8	SI	Géométrie et algèbre : répartition de points sur les contours de deux carrés concentriques
18	Des triangles sur une planche à clous	8	GTGP	Géométrie et aire : triangles d'aire constante

Chers Collègues,

Voici les problèmes à photocopier à 4-5 exemplaires pour vos élèves.

Rappel : si vous avez une classe de 7e Harmos, vous avez reçu un numéro commençant par 5 (classe 517 par exemple). Vous faites donc partie de la catégorie 5 et devez faire **uniquement** les problèmes 4 à 10. Si vous vous apercevez maintenant seulement que vous êtes dans la mauvaise catégorie merci de nous contacter au plus vite !

Catégorie 3 = 5e Harmos . . . Catégorie 8 = 10e Harmos

La consigne qui précise que vous ne devez envoyer qu'une feuille par problème a parfois été mal comprise. Cela ne signifie pas que la réponse doit « tenir » sur un côté de feuille A4, mais que la classe n'a pas le droit d'envoyer deux résolutions provenant de deux groupes de la classe. La classe choisit quelle réponse elle envoie, mais cette réponse peut être notée sur plus qu'un « côté de feuille A4 ».

Bonne chance à votre classe !

N'oubliez pas de photocopier vos réponses avant de nous les envoyer et de respecter le délai de renvoi.
Nous ne pourrons tenir compte des copies qui ne seront pas en notre possession le mardi 5 février !
Considérées comme des « non réponse », elles seront notées « 0 pt ».

Merci de votre compréhension et de votre précieuse collaboration.

Le comité RMT-SR

1. UN RUBAN BIEN COLORIÉ (Cat. 3)

Anne dessine des cases sur un long ruban de papier et écrit un nombre dans chaque case, dans l'ordre : 1, 2, 3, 4, …

Voici le début du ruban :

1	2	3	4	5	6	7	

Elle décide ensuite de colorier toutes les cases en répétant toujours la même succession de couleurs : une case rouge, deux cases jaunes, trois cases bleues et encore une case rouge, deux cases jaunes, trois cases bleues, etc.

Elle commence par la case 1 qu'elle colorie en rouge.

De quelle couleur sera la case avec le numéro 103 ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le 103e élément d'une suite composée de 6 éléments répétés périodiquement (couleurs RJJBBB).

Analyse de la tâche

- Se représenter ou construire un ruban (ou une partie) des nombres naturels de 1 à 103 et colorier les cases en rouge, jaune, jaune, bleu, bleu, bleu, rouge …
- Se rendre compte que le coloriage se répète à l'identique toutes les 6 cases.

Pour déterminer la couleur de la case 103 on peut :

- numéroter toute la bande jusqu'à 103, colorier les cases et observer que la couleur de la case 103 est rouge, s'il n'y a pas d'erreur dans la numérotation ni dans le coloriage périodique
- passer dans le domaine numérique, repérer la période de 6 et constater que les cases 1, 7, 13, 19, 25, … 31, 37, 45, …, 91, 97, 103 sont rouges ;
- utiliser une méthode plus courte en reconnaissant des multiples de 6 ou d'autres régularités.

Niveau : 3

Origine : Siena

2. LE PETIT POUCET (Cat. 3, 4)

Le Petit Poucet monte un escalier. Il a 62 cailloux dans ses poches.

Il vide ses poches en déposant les cailloux de la manière suivante :

- un caillou sur la première marche ;
- deux cailloux sur la deuxième marche ;
- trois cailloux sur la troisième marche ;
- … (et ainsi de suite)

Arrivé sur la dernière marche de l'escalier, il remarque qu'il lui manque des cailloux pour en mettre le bon nombre sur cette marche.

Combien l'escalier a-t-il de marches ?

Combien manque-t-il de cailloux au Petit Poucet pour cette dernière marche ?

Montrez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la suite des sommes des nombres consécutifs à partir de 1 (1 ; 3 ; 6 ; 10 ; 15 ; …) jusqu'au premier terme supérieur à 62, calculer la différence entre ce terme et 62 et déterminer le nombre de termes de la suite.

Analyse de la tâche

- Comprendre la règle de succession du nombre de cailloux, marche par marche, à partir des trois exemples donnés et de « ainsi de suite » : « 1 sur la première marche, puis, pour les marches suivantes, un de plus que sur la marche précédente et se rendre compte qu'il s'agit de la suite des nombres naturels consécutifs, 1, 2, 3, 4, 5, …
- Schématiser l'escalier et les cailloux sur chaque marche et les dénombrer jusqu'à un total inférieur à 62 et compléter le nombre de cailloux manquants sur la marche suivante, puis dénombrer les marches.
- Additionner au fur et à mesure de la montée dans l'escalier les nombre de cailloux déjà posés sur chaque marche et les précédentes : 1, puis 1 + 2 = 3, puis 3 + 3 = 6, puis 6 + 4 = 10 pour obtenir la suite 1, 3, 6, 10, 15, 21, 28, 36, 45, **55, 66**. Ces deux derniers nombres sont les nombres de cailloux qui devraient être déposés sur les marches, respectivement jusqu'à la 10^e et à la 11^e marches. Comme le Petit Poucet n'a que 62 cailloux, il lui en manque 4 pour arriver à 66 et pouvoir poser 11 cailloux sur la 11^e marche.

Ou

- Soustraire 1, puis 2, puis 3 … à 62 pour trouver : 61 = 62 – 1 après la 1ère marche, 59 = 61 – 2 après la 2^e marche, puis 56, 52, 47, 41, 34, 26, 17, 7 après la 10e marche et constater qu'il manquera 4 cailloux pour pouvoir en déposer 11 sur la 11^e marche.

Niveau : 3, 4

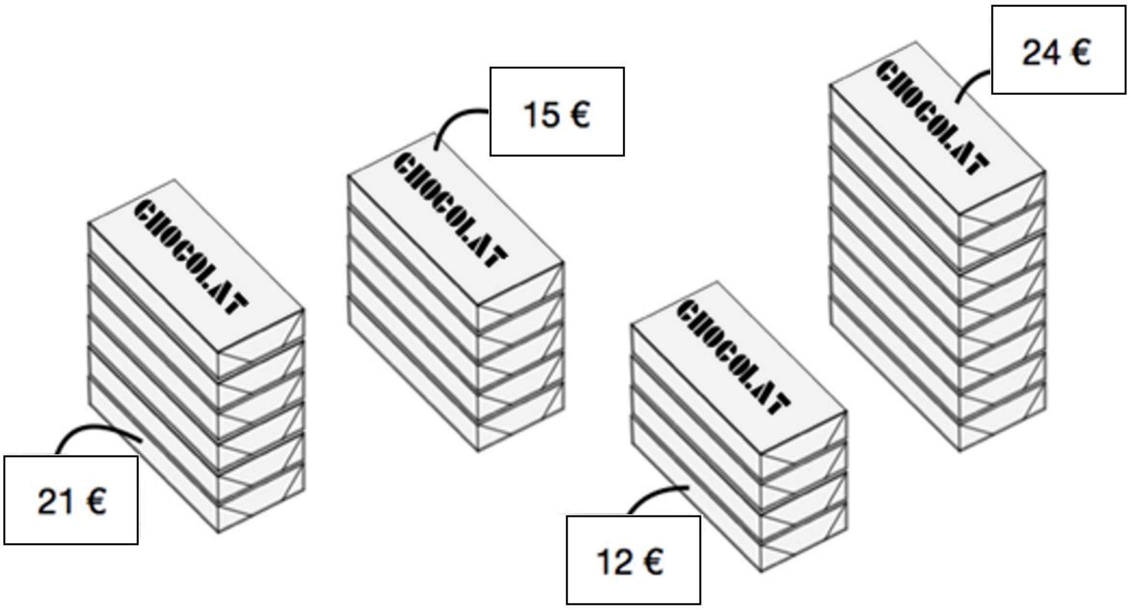
Origine : Luxembourg

3. LES TABLETTES DE CHOCOLAT (cat. 3, 4)

Dans un magasin, toutes les tablettes de chocolat sont vendues au même prix.

Le responsable du magasin a préparé différents lots de tablettes.

Il a écrit le prix de chaque lot.



Sophie et Joseph observent ces quatre lots.

Sophie dit : « *Les prix de deux des lots sont faux* ».

Joseph répond : « *Non, il n'y en a qu'un de faux !* ».

Un des deux enfants a raison.

Indiquez le prix qui est faux ou les deux prix qui sont faux.

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une situation de proportionnalité quantité/prix où tous les nombres sont des entiers au plus égaux à 25, déterminer le prix erroné.

Analyse de la tâche

- Observer le dessin et constater qu'il y a quatre lots de tablettes dont le prix (première grandeur) est indiqué (12, 15, 21 et 24) et qu'on peut obtenir les quatre valeurs d'une deuxième grandeur : le nombre de tablettes dans chaque lot (4, 5, 6 et 8) en les comptant.
- Mettre en correspondance les prix des lots et les nombres de tablettes (écriture côte à côte, ou l'un en dessous de l'autre ou autre).

Pour déterminer le ou les couples à écarter :

- Observer les relations entre une valeur de l'une des grandeurs et la valeur correspondante de l'autre grandeur et retenir celle qui est valable pour trois des quatre couples : la multiplication par 3 (suggérée par le fait que 12, 15, 21 et 24 sont des multiples de 3 ou dans la table du 3). La vérification permet d'exclure le couple 6 et 21 car $6 \times 3 \neq 21$. Le 3 peut éventuellement être explicité comme le « prix d'une tablette ».

Ou

- Observer les régularités additives au sein des quatre valeurs ordonnées d'une même grandeur

de 1 en 1 dans les nombres de tablettes :	**4**	**5**	**6**	*7*	**8**
de 3 en 3 dans les prix :	**12**	**15**	*18*	**21**	**24**

pour constater que 6 et 21 ne sont pas en correspondance.

Ou

– Choisir un lot, déterminer le prix d’une tablette (3 € + 3 € + 3 € + 3 € = 12 € ou 4 x 3 € = 12 € ou 12 € : 4 = 3 €), vérifier si le prix déterminé est compatible avec les prix des autres lots et conclure qu’il n’y a qu’un lot pour lequel le prix est erroné, celui à 21 € qui devrait coûter 18 €.

Niveau : 3, 4

Origine : Groupe Calcul et proportionnalité

4. LES DESSERTS DE SAMIA (Cat. 3, 4, 5)

Dans son restaurant, Samia propose des desserts composés chacun de deux boules de glace et d'un fruit.

Aujourd'hui, les clients de Samia peuvent choisir

- pour chaque boule de glace : chocolat ou vanille ou pistache ou noisette ;
- pour les fruits : figue ou orange.

Un client a choisi un dessert composé d'une boule vanille, d'une boule noisette et d'une figue. Un autre a choisi un dessert composé de deux boules pistache et une orange. Mais il y a bien d'autres possibilités.

Combien de desserts différents Samia peut-elle proposer à ses clients ?

Décrivez tous les desserts possibles.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver tous les desserts différents, composés de 2 boules de glace choisies parmi 4 parfums, et de 1 fruit choisi parmi 2 fruits.

Analyse de la tâche

- Comprendre la composition d'un dessert et les choix qui portent sur chacune des deux boules pour lesquelles il y a quatre possibilités et sur le fruit pour lequel il n'y a que deux possibilités.
- Envisager ou imaginer quelques desserts issus des quatre choix offerts : pour une boule, pour l'autre boule, pour les fruits et se rendre compte de la signification de « desserts différents ». Lors de cette première « construction » des desserts, se rendre compte que l'ordre des choix ou la disposition des boules et fruits ne doit pas avoir d'importance ; (Par exemple le dessert « vanille – chocolat – orange » est le même que « orange – chocolat – vanille ») et que deux boules de même parfum peuvent être choisies.

Etablir la liste de tous les choix (combinaisons) possibles

- Soit en composant des desserts sans ordre systématique et en éliminant ceux qui sont déjà proposés au fur et à mesure des nouvelles compositions, jusqu'à ce qu'on n'en trouve plus de nouvelle,
- Soit en commençant par les dix combinaisons des deux boules, de manière plus ou moins systématique :
  CC, CV, CP, CN VV, VP, VN PP, PN NN
  puis en complétant avec une figue ou une orange pour arriver aux 20 possibilités :

CCf ; CVf ; CPf ; CNf	CCo ; CVo ; CPo ; CNo
VVf, VPf, VNf	VVo, VPo, VNo
PPf, PNf	PPo, PNo
NNf	NNo

- Soit en partant des fruits

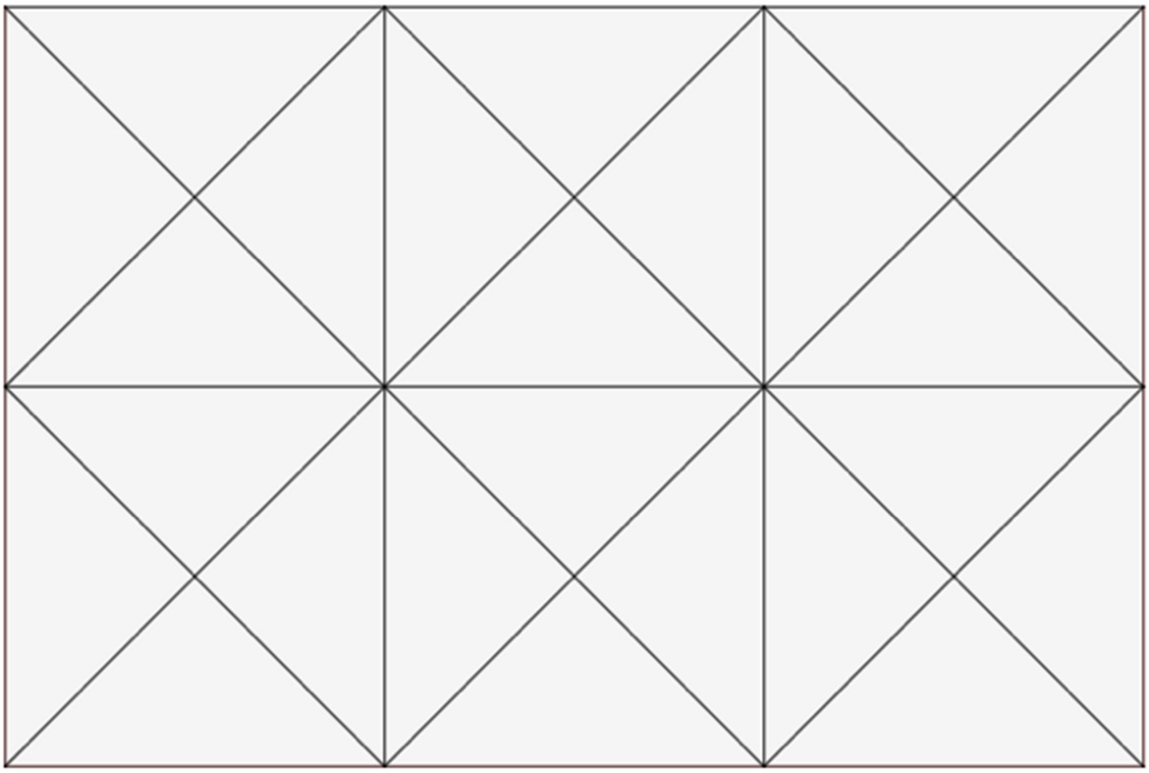
Niveau : 3, 4, 5

Origine : Suisse Romande

5. PAPIER DÉPLIÉ (I) (Cat. 3, 4, 5)

Angela a plié plusieurs fois une feuille de papier.

Quand elle déplie la feuille, elle voit que les plis ont formé cette figure :



Angela dit : « *Je vois 6 carrés dans cette figure* ».

Son ami Marc lui dit : « *Moi, j'en vois beaucoup plus que ça* ».

Combien y a-t-il de carrés dans cette figure ?

Montrez clairement tous les carrés que vous avez trouvés.

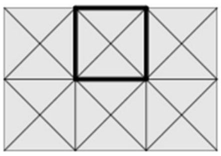
ANALYSE A PRIORI

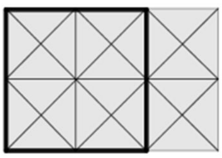
Tâche mathématique

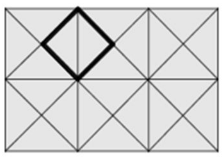
Repérer les différents types de carrés déterminés par une grille dont la maille est constituée de triangles rectangles isocèles (demi-carrés) et dénombrer tous les carrés.

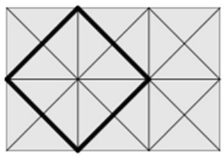
Analyse de la tâche

- Après avoir observé que la figure est formée de 2 rangs de 3 carrés (composés de 4 triangles) dont les côtés sont parallèles à ceux de la feuille, prendre en compte la remarque de Marco et se demander comment il en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des carrés plus grands, formés de 4 des 6 carrés mentionnés par Angela avec les côtés aussi parallèles aux côtés de la feuille mais qu'il y a encore d'autres carrés avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille, formés de 2 triangles ou de 8 triangles
- Dénombrer les carrés pour chacune des quatre catégories :
  avec les côtés parallèles aux côtés de la feuille : les 6 petits et les 2 grands
  avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille : les 7 petits (2 triangles) et les 2 grands (8 triangles)


6


2


7


2

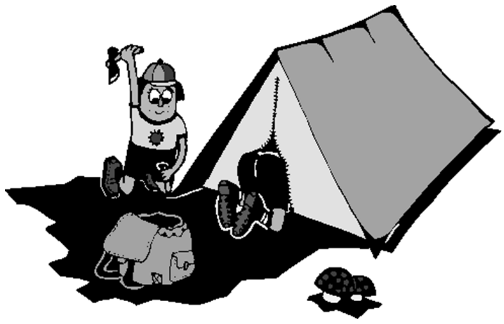
- Indiquer le nombre de carrés, 17 et les dessiner ou les décrire avec précision, soit en les coloriant de couleurs différentes sur plusieurs feuilles, soit en les désignant par des signes, soit en numérotant les triangles et en indiquant les triangles qui composent chaque carré, soit en dessinant un carré de chaque catégorie (comme ci-dessus) et en indiquant le nombre de carrés pour chacune d'elles.

Niveau : 3, 4, 5

Origine : Groupe Géométrie plane

6. LA TENTE CANADIENNE (Cat. 4, 5, 6)

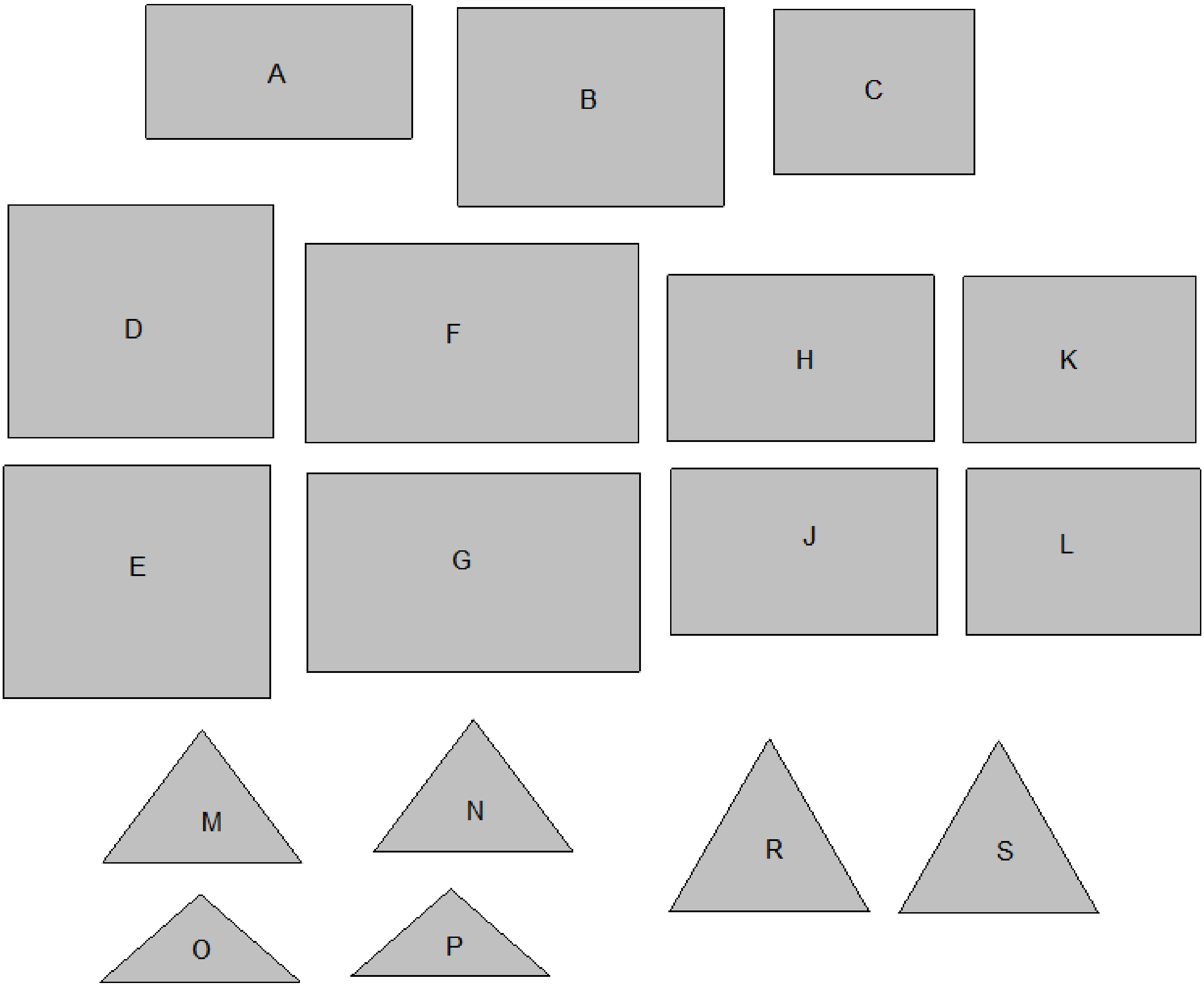
Joseph a une tente canadienne comme celle qui est dessinée.



À l'intérieur, un tapis rectangulaire recouvre entièrement le sol de la tente.

Pour construire une maquette de la tente de Joseph, il faut utiliser deux rectangles pour former le toit, un autre rectangle pour le tapis de sol et deux triangles pour l'avant et l'arrière de la tente.

Pour cela, vous disposez des figures qui sont dessinées ci-dessous :



Parmi ces figures, lesquelles faut-il choisir pour construire une maquette de la tente de Joseph ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Choisir les figures qui constituent les faces d'un prisme à base triangulaire (tente canadienne) parmi 3 paires de triangles isocèles et 11 rectangles dont 4 paires de rectangles

Analyse de la tâche

- Comprendre que le dessin représente une tente qu'il faut interpréter comme un solide de l'espace formé de 2 triangles superposables (parties avant et arrière de la tente), 2 rectangles superposables (les deux pans du toit) et d'un autre rectangle (tapis de sol de la tente).
- Comprendre qu'une arête est formée par deux côtés de deux polygones qui sont en contact et donc que ces deux polygones ont un côté de même longueur. Par conséquent, les rectangles formant le toit doivent avoir un côté de même longueur qu'un côté « oblique » des triangles isocèles et l'autre côté de même longueur qu'un côté du rectangle de base ; la base des triangles isocèles et l'autre côté du rectangle de base doivent également être de même longueur.
- Comprendre ce qu'est une maquette, modèle réduit de la tente qui ne prend pas en compte certains éléments de la réalité (piquets, fermeture...).
- Comprendre que la maquette doit être réalisée en sélectionnant des figures parmi celles qui sont proposées, sans possibilité de les modifier.

Stratégies possibles

- Procéder par essais de construction de la tente après avoir découpé les différentes figures.

Ou

- Procéder par essais en choisissant des figures qui sont susceptibles de convenir après avoir comparé les longueurs de leurs côtés.

Ou

- Procéder par déductions, par exemple :

  - Remarquer que tous les triangles sont isocèles (ou équilatéraux) et que leurs bases ont toutes même longueur, ce qui implique que le rectangle de sol ait aussi 2 côtés de cette longueur. Parmi les rectangles « isolés », il n'y en a qu'un seul qui convient, le rectangle B.

  - Déduire que les rectangles qui constituent le « toit » doivent avoir un côté de la même longueur que les deux autres côtés du rectangle B et que leur autre côté doit avoir même longueur que les côtés de même longueur du triangle isocèle.

  - Chercher ensuite, par découpage ou par mesurage, les paires de rectangles et de triangles qui peuvent s'assembler et conclure que la solution se compose du rectangle B pour le sol, des rectangles H et J pour le toit et des triangles M et N pour l'avant et l'arrière de la tente.

Niveau : 4, 5, 6

Origine : Groupe Géométrie dans l'espace

7. LE LIVRE DE MARC (Cat. 4, 5, 6)

C'est dimanche, Marc commence à lire un nouveau livre qu'il vient de recevoir. Il lit les quatre premières pages.

Le lendemain, lundi, il continue la lecture et lit le double du nombre de pages qu'il a lues le dimanche.

Mardi, il continue et lit le double du nombre total de pages déjà lues le dimanche et le lundi.

Ainsi de suite, chaque jour suivant, il lit le double du nombre total de pages déjà lues les jours précédents.

Un jour de la semaine il remarque qu'il est en train de lire la page 300.

Quel jour de la semaine Marc lit-il la page 300 ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Construire une suite de nombres naturels commençant par 4, dont chaque terme est la somme du terme précédent et de son double (progression géométrique de raison 3) et déterminer le rang du premier terme de cette suite supérieur à 300.

Analyse de la tâche

- Saisir l'organisation de la lecture du livre : le premier jour (dimanche), 4 pages sont lues, le nombre de pages lues le 2e jour est le double du nombre de pages lues la veille (4 x 2 = 8). Pour connaitre le nombre de pages lues chaque jour suivant, il faut commencer par totaliser le nombre de pages lues les jours précédents (qui est aussi le numéro de la dernière page lue la veille) et doubler ce nombre.
- Effectuer les calculs, jour par jour en notant précisément les deux opérations : prendre le double du nombre total de pages déjà lues, puis lui additionner les pages déjà lues tous les jours précédents :

	pages lues	nombre total de pages lues en fin de journée ou dernière page à laquelle on est arrivé
Dimanche	4	4
Lundi	$2 \times 4 = 8$	$8 + 4 = 12$
Mardi	$2 \times 12 = 24$	$24 + 12 = 36$
Mercredi	$2 \times 36 = 72$	$72 + 36 = 108$
Jeudi	$2 \times 108 = 216$	$216 + 108 = 324$

- conclure que Marc lira la page 300 le jeudi.

Niveau : 4, 5, 6

Origine : Riva del Garda

8. LA CARTE ROUTIÈRE (Cat. 5, 6)

Sur une vieille carte routière de la région de Transalpie est représentée une longue route qui traverse, dans l'ordre, cinq villages indiqués par les lettres A, B, C, D, E.

Sur la carte, les distances entre les différents villages sont notées en km, mais certaines virgules ne sont plus lisibles. On peut encore lire la distance entre A et E : **40,9** ; et tous les chiffres des distances intermédiaires.

Voici ce qu'on peut encore lire pour les tronçons intermédiaires :

A-B : **38** B-C : **12** C-D : **56** D-E : **195**

Indiquez les distances exactes A-B, B-C, C-D, D-E, en plaçant les virgules qui sont éventuellement manquantes.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Replacer les virgules qui ont été supprimées dans l'écriture 38 + 12 + 56 + 195 pour que cette somme soit égale à 40,9.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : la distance entre le premier village (A) et le dernier (E) est de 40,9 km et cette distance est la somme des distances des différents tronçons intermédiaires.
- Poser l'addition correspondante et se rendre compte que, si on ajoute une virgule avant le dernier chiffre de chaque nombre on obtient une somme plus petite que 40,9 : 1,2 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 30,1
- Se rendre compte que les distances C-D (56 km) et D-E (195 km) comportent nécessairement une virgule sans quoi chacune de ces distances est à elle seule supérieure à la distance totale A-E et se rendre compte aussi, par calcul mental, que A-B (38 km) doit aussi comporter une virgule sinon il ne resterait que 2,9 km pour la somme des trois autres.
- Comprendre que les nombres qui expriment les distances intermédiaires ne comportent ni centièmes, ni millièmes parce que la distance A-E qui est la somme des distances intermédiaires est exprimée par un nombre qui ne comporte que des dixièmes et qu'il n'est pas possible d'obtenir 0 comme somme de centièmes ou de millièmes à partir des nombres fournis. De plus, 1,95 doit être écarté car ce serait le seul terme de la somme qui contiendrait des centièmes alors que le résultat n'en contient pas.
- Par conséquent, placer une virgule avant le dernier chiffre des nombres 38, 56 e 195. On obtient ainsi la somme : 12 + 3,8 + 5,6 + 19,5 = 40,9.

Niveau : 5, 6

Origine : Groupe Numération

9. COLLECTION DE BD (Cat. 5, 6, 7)

Louis a conservé les numéros de la revue de bandes dessinées *Cars* depuis le premier numéro, mais à un certain moment il a cessé de les acheter et de les collectionner.

À l'inverse, son ami Henri a commencé à acheter la revue *Cars* alors que de nombreux numéros avaient déjà paru, mais depuis ce moment il a continué à acheter régulièrement les numéros et à les conserver sans jamais interrompre sa collection.

Aujourd'hui, Henri a acheté le numéro 162. À ce moment, le nombre de numéros de la revue dans la collection d'Henri est le tiers du nombre de numéros de la revue que Louis a dans sa collection.

Henri et Louis décident de réunir leurs collections pour avoir une collection complète, du numéro 1 au numéro 162.

Malheureusement, ils constatent qu'il leur manque des numéros. Ils n'ont en tout que 148 numéros.

Quels sont les numéros qui manquent à Henri et Louis pour avoir une collection complète ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Répartir la suite des nombres naturels de 1 à 162 en trois parties successives distinctes, sachant que la première et la dernière contiennent 148 nombres et que la dernière contient le tiers des nombres de la première ; puis indiquer les nombres qui composent la deuxième partie.

Analyse de la tâche

- Comprendre la répartition des numéros : la revue *Cars* en est maintenant à son numéro 162, Louis et Henri en ont ensemble 148, Louis a tous les premiers, Henri tous les derniers et Henri en a le tiers de Louis.
- D'après ces données, se représenter mentalement ou par un dessin, la suite des nombres de 1 à 162 et ses différentes parties : les numéros de Louis qui sont les premiers, ceux qui manquent qui sont à déterminer, les numéros d'Henri qui sont les derniers et qui représentent le tiers des premiers.
- Passer dans le domaine numérique et des relations : la troisième partie qui vaut le 1/3 de la première et la seconde partie avec 14 numéros (162 – 148).
- Comprendre que la première et la troisième partie, (148) sont proportionnelles à 3 et 1 (ou 3/3 et 1/3), que la réunion de ces deux parties correspond à 4 dans la proportionnalité (ou 4/3) et que par conséquent la répartition est 37 (148 : 4) pour la troisième et 111 (37 × 3) pour la première.
- Identifier d'une manière ou d'une autre (il y en a beaucoup) les 14 numéros de la deuxième partie à partir de 112 (111 + 1) : de 112 à 125.

Ou

- Une variante consiste à considérer que les numéros de Luigi représentent les 3/4 (ou les numéros d'Henri le 1/4) des 148 numéros qu'ils possèdent ensemble.

Ou

- Ecrire les numéros de Louis en commençant par 1 et procéder trois par trois. Associer à chaque fois aux trois numéros de Louis un numéro pour Henri en partant de 162. Par exemple : 1-2-3…. 162/ 4-5-6…161/ 7-8-9…160/ 10-11-12 … 159 et continuer ainsi jusqu'à un total de 148 numéros. Déterminer ainsi les numéros manquants.

Ou

- Procéder par essais et ajustements, par exemple en partant d'un nombre hypothétique de numéros achetés par Louis, calculer le nombre de numéros achetés par Henri, calculer la somme, et, si elle est différente de 148, faire un autre essai et ainsi de suite.

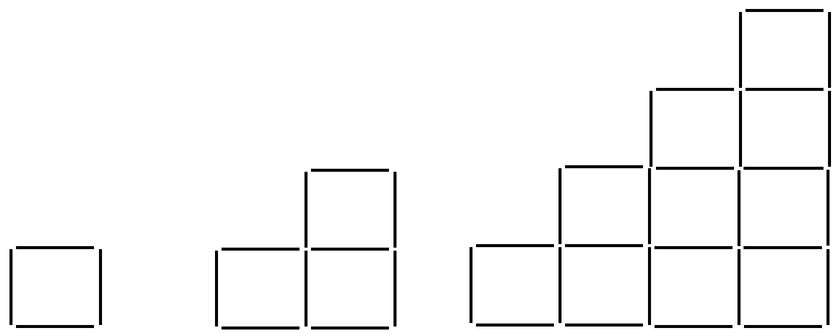
Niveau : 5, 6, 7

Origine : Groupe Numération

10. ESCALIERS DE CURE-DENTS (Cat. 5, 6, 7)

François a une boîte de 150 cure-dents avec laquelle il s'amuse à construire des figures en forme d'escaliers, composées de carrés.

Voici trois exemples de figures que François pourrait construire : un escalier d'une seule marche avec 4 cure-dents, un escalier de deux marches avec 10 cure-dents et un escalier de quatre marches.



Combien de marches aura l'escalier le plus haut que François pourra construire entièrement avec 150 cure-dents ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer les éléments de la suite 4 ; 10 ; 18 ; 28 … correspondant aux segments nécessaires pour réaliser des figures « en escalier » construites en assemblant des carrés (3 figures sont données) et découvrir quel est l'ordre de l'élément de cette suite qui précède ou égale 150.

Analyse de la tâche

- Observer les trois figures données, percevoir leur propriété commune « en escalier ». Imaginer les autres « escaliers », de 3 marches, de 5 marches, etc…
- Comprendre que les cure-dents dont parle l'énoncé sont les côtés de chaque petit carré qui composent les figures, que dans certaines cas un même cure-dent constitue un côté de deux petits carrés.
- Vérifier ensuite que l'escalier d'une marche (le petit carré isolé) est formé de 4 cure-dents, celui de deux marches est formé avec 10 cure-dents, puis dénombrer les cure-dents qui forment l'escalier de quatre marches : 28.

Passer ensuite à la recherche de l'escalier le plus haut qu'on peut construire entièrement avec les 150 cure-dents de la boîte.

- Dessiner ou construire les « escaliers » de 5 ; 6 ; 7 ; … marches et dénombrer les cure-dents nécessaires : 40 ; 54 ; 70 ; … pour arriver à 130 cure-dents pour l'escalier de 10 marches et constater qu'il faudrait 154 cure-dents pour l'escalier de 11 marches, qu'il ne sera pas possible de construire entièrement.

Ou

- Établir une correspondance entre les nombres de marches et les nombres de cure-dents et chercher comment passer d'un terme au suivant de la succession des nombres de cure-dents sans devoir dessiner ou construire les escaliers.

Nombre de marches	1	2	3	4	5	6	7	8	9	**10**	11
Nombre de cure-dents	4	10	18	28	40	54	70	88	108	**130**	154

Remarque : Il s'agit ici d'un tableau de valeurs de la fonction : nombre d'étages → nombre de cure-dents (de N dans N), où la règle de passage d'un terme au suivant est « à partir de 4, additionner au terme précèdent 6, puis 8, puis 10 … et où la formule pour passer directement du nombre de marches n au nombre de cure-dents est $n \to n(n + 3)$.

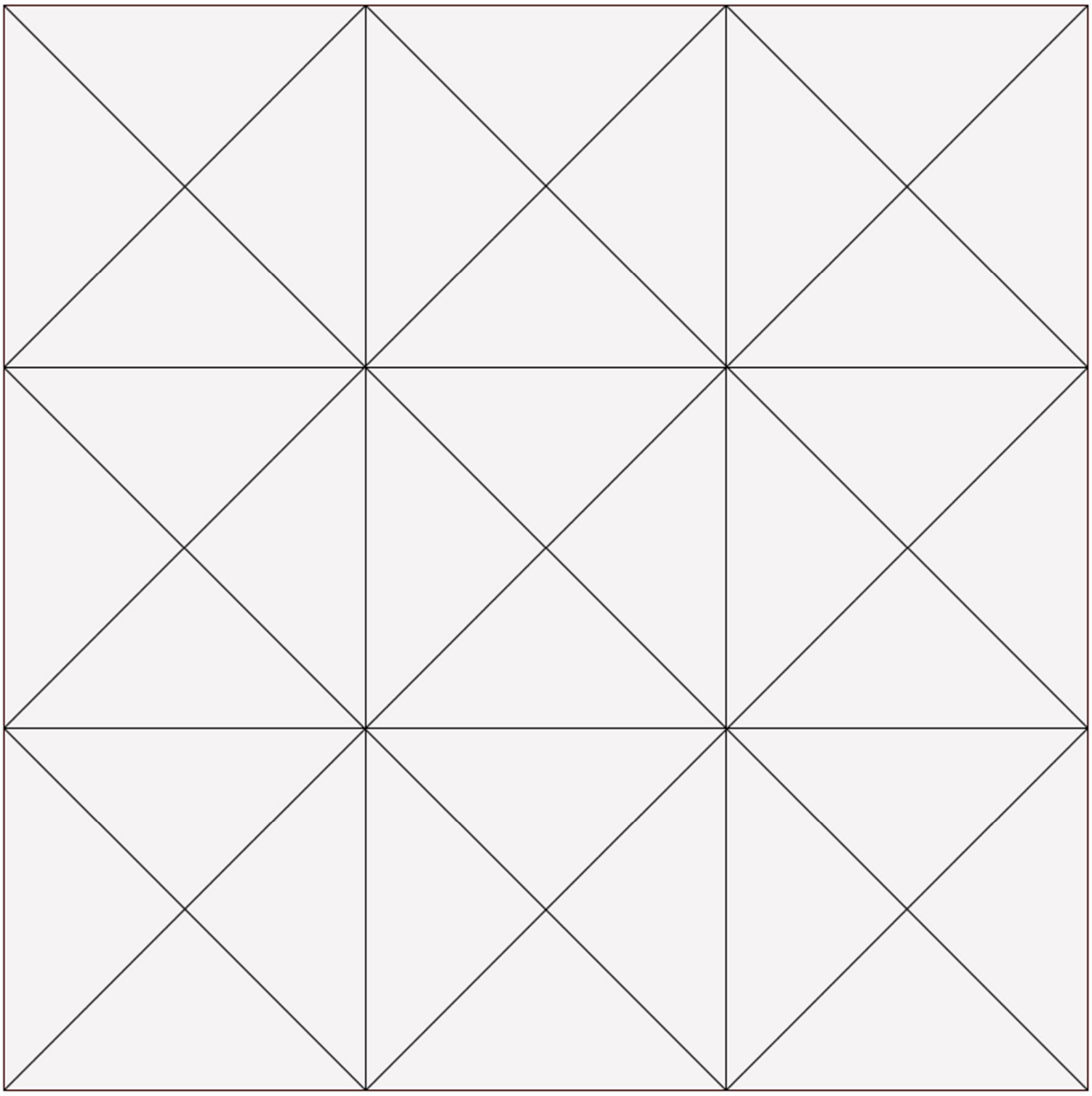
Niveau : 5, 6, 7

Origine : Udine

11. PAPIER DÉPLIÉ (II) (Cat. 6, 7)

Angela a plié plusieurs fois une feuille de papier.

Quand elle déplie la feuille, elle voit que les plis ont formé cette figure :



Angela dit : « *Je vois 9 carrés dans cette figure* ».

Son ami Marc lui dit : « *Moi, j'en vois beaucoup plus que ça* ».

Combien y a-t-il de carrés dans cette figure ?

Indiquez clairement tous les carrés que vous avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

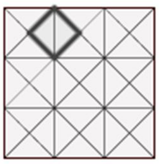
Tâche mathématique

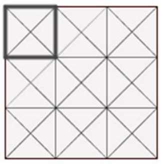
Repérer les différents types de carrés déterminés par une grille dont la maille est constituée de triangles rectangles isocèles (demi-carrés) et dénombrer tous les carrés.

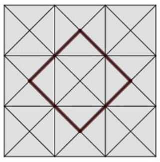
Analyse de la tâche

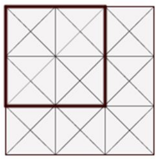
- Après avoir observé que la figure est formée de 3 rangs de 3 carrés (composés de 4 triangles) dont les côtés sont parallèles à ceux de la feuille, prendre en compte la remarque de Marco et se demander comment il en voit d'autres. Observer alors qu'il est possible de voir apparaître des carrés plus grands, les uns formés de 4 des 9 carrés mentionnés avec les côtés aussi parallèles aux côtés de la feuille et le grand carré formé des 9 carrés mentionnés. Mais il y a encore d'autres carrés, avec les côtés non parallèles aux côtés de la feuille, formés de 2 triangles ou de 8 triangles

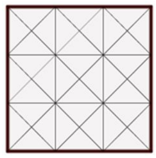
- Dénombrer les carrés pour chacune des quatre catégories :
  aux côtés parallèles aux côtés de la feuille : les 9 petits les 4 moyens et le grand
  aux côtés non parallèles aux côtés de la feuille : les 12 petits (2 triangles) et les 5 grands (8 triangles)


12


9


5


4


1

- Indiquer le nombre de carrés, 31, et les dessiner ou les décrire avec précision, soit en les coloriant de couleurs différentes sur plusieurs feuilles, soit en les désignant par des signes, soit en numérotant les triangles et en indiquant les triangles qui composent chaque carré, soit en dessinant un carré de chaque catégorie (comme ci-dessus) et indiquant le nombre de carrés pour chacune d'elles.

Niveau : 6, 7

Origine : Groupe Géométrie plane

12. LE CONFISEUR CONFUS (Cat. 6, 7, 8)

Charles le confiseur prépare le sirop pour les bonbons à l'orange. D'après la recette qu'il consulte, ce sirop doit contenir 1 000 g de sucre pour 250 g d'eau.

Après avoir pesé les ingrédients et les avoir mélangés, il réalise qu'il a inversé les deux quantités : il a dissous 250 g de sucre dans 1 000 g d'eau.

Charles ne veut pas jeter le premier sirop qu'il a préparé. En ajoutant un seul ingrédient, il pense qu'il peut obtenir un sirop qui respecte la recette.

Quel ingrédient doit être ajouté à son premier sirop et en quelle quantité pour obtenir un sirop qui respecte la recette ?

Expliquez votre raisonnement et montrez les calculs que vous avez faits.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Un premier mélange ayant été réalisé en inversant les masses nécessaires de deux composants, calculer la masse de celui des deux composants qu'il faut ajouter au premier mélange pour rétablir une proportion correcte.

Analyse de la tâche

- Comprendre que la situation met en relation 2 grandeurs : masse d'eau et masse de sucre.
- Comprendre que, pour respecter la recette, la proportion d'eau et de sucre doit être la même que celle de la recette originale.
- Comprendre que, les quantités ayant été inversées, il faut ajouter du sucre en conservant la quantité d'eau, soit 1 000 g.
- Pour trouver la quantité de sucre à ajouter il faut partir de la recette « 1000 g de sucre pour 250 g d'eau » et chercher le mélange final contenant « une quantité encore inconnue de sucre et 1000 g d'eau » c'est-à-dire passer du couple : (1000 ; 250) au couple (1000 ; ?). Les quatre quantités se correspondant deux à deux, on peut les disposer en ligne, en colonne, en tableau, …
- Il faut alors tenir compte du fait que, dans une situation de « recette », c'est le rapport 1000/250 = 4 ou « la masse du sucre doit toujours être 4 fois celle de l'eau » qui doit être conservé et non la différence (1000 – 250 = 750) qui conduirait à l'erreur 1000 + 750 = 1750. La quantité totale de sucre doit donc être 4 fois celle de l'eau ; 1000 = 4 × 250 (en g).
- Déduire alors les 250 g de sucre déjà contenus dans le premier mélange et trouver le sucre à ajouter : 3750 = 4000 – 250 (en g)

Ou

- Décomposer les opérations en plusieurs étapes, dont éventuellement le passage à l'unité, le passage au double, etc selon les propriétés de la proportionnalité qui conservent le rapport :

Masse d'eau en g	250	25	1	100	500	…	1 000
Masse de sucre en g	1 000	100	4	400	1 000	…	4 000

Niveau : 6, 7, 8

Origine : Belluno

13. LE JARDIN DE FLORA (Cat. 7, 8)

Pour les plates-bandes de son jardin, Flora a utilisé 36 rosiers, 132 plants de violette et 180 oignons de tulipe.

Flora a été très précise dans son travail de jardinière :

- dans chacune des plates-bandes elle a planté le même nombre de rosiers, le même nombre de plants de violettes et le même nombre d'oignons de tulipe ;
- dans chacune des plates-bandes le nombre d'oignons de tulipe vaut 8 de plus que le nombre de plants de violette.

Combien de rosiers, combien de plants de violette et combien d'oignons de tulipe Flora a-t-elle plantés dans chaque plate-bande ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver la répartition de 36 rosiers, 132 violettes et 180 tulipes dans des plates-bandes où les répartitions sont identiques, sachant qu'il y a 8 tulipes de plus que de violettes dans chaque plate-bande.

Analyse de la tâche

- Retenir de l'énoncé : les trois nombres totaux de fleurs (36, 132 et 180), la répartition identique dans chaque plate-bande, la différence de 8 entre les violettes et les tulipes au sein d'une plate-bande.
- Observer les nombres donnés et chercher une relation à exploiter (par exemple : multiples de 12, différence 48 entre tulipes et violettes …) et comprendre que le nombre de plates-bandes, à partir duquel on pourra déterminer les nombres de fleurs dans chaque plate-bande, est encore inconnu.

La recherche du nombre de plates-bandes peut s'effectuer :

- Par essais organisés, après avoir remarqué ou non que le nombre de plates-bandes est un diviseur commun à 36, 132 et 180 (2 ou 3, ou 4 ou 6 ou 12), jusqu'à obtenir la différence 8 entre tulipes et violettes. Par exemple avec 2 plates-bandes on a 18 roses, 66 violettes et 90 tulipes (solution à écarter) pour arriver à 6 platebandes de 6 roses 22 violettes et 30 tulipes.
- A partir de la différence de 48 entre violettes et tulipes pour l'ensemble des fleurs, déterminer le nombre de plates-bandes (6) en effectuant une simple division par 8. Partant de là, déterminer le nombre de fleurs de chaque catégorie dans une plate-bande en divisant le nombre total de fleurs d'une catégorie par 6 et conclure qu'il y a 6 rosiers, 22 violettes et 30 tulipes
- Envisager toutes les possibilités pour une catégorie de fleurs (le plus simple étant les roses) et tester les différents nombres de plates-bandes trouvés pour savoir s'ils sont compatibles avec les autres catégories de fleurs.

Niveau : 7, 8

Origine : Siena

14. LE COLLAGE (Cat. 7, 8)

André et Béatrice doivent réaliser ensemble un collage. Pour cela, les deux enfants achètent des feuilles de couleur.

André en achète le double de Béatrice. Mais, avant que les deux enfants se mettent au travail, Béatrice s'aperçoit que pour terminer sa partie du collage elle n'aura pas assez de feuilles. André lui en donne alors 7 des siennes. Béatrice se met au travail, mais abime une feuille qu'elle décide de jeter. À ce moment, les deux enfants ont le même nombre de feuilles.

Combien de feuilles ont acheté en tout André et Béatrice pour réaliser le collage ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le triple d'un nombre qui, augmenté de 6, vaut 7 de moins que son double.

Analyse de la tâche

- Établir à partir de la lecture de l'énoncé les relations entre les nombres de feuilles d'André et de Béatrice avant et après l'échange : initialement André en a le double de Béatrice, puis le nombre de feuilles d'André diminué de 7 égale celui de Béatrice augmenté de 6 (une feuille a été détruite).
- Comprendre que le nombre de feuilles qu'a achetées André ne peut pas être inférieur à 8 (André en donne 7 à Béatrice) et que c'est un nombre pair (André a le double de feuilles de Béatrice).
- Se rendre compte que le nombre de feuilles achetées en tout est un de plus que le nombre de feuilles utilisées (Béatrice en a jeté une).
- Comprendre donc que les deux enfants ont le même nombre de feuilles depuis qu'André, qui initialement en avait le double de Béatrice, lui en a donnée 7 et qu'elle en a jeté une.
- Procéder par essais organisés, en faisant l'hypothèse qu'André a acheté 8 feuilles et donc Béatrice 4, augmenter de deux en deux (parce que le nombre de feuilles d'André est pair) et tester les nombres, pour finalement arriver à 26 pour André (en utilisant éventuellement un tableau ou un schéma ou un support graphique) et conclure que le nombre de feuilles achetées est 39 après être arrivé à l'égalité $26 - 7 = (13 + 7) - 1$.

Ou

- Procéder comme ci-dessus mais de façon inorganisée.

Ou

- Désigner par x le nombre de feuilles qu'a achetées Béatrice et écrire l'équation $2x - 7 = x + 6$ qui a pour solution 13. En déduire qu'André en a acheté 26 et donc qu'au total $13 + 26 = 39$ feuilles ont été achetées.
  Il est aussi possible de faire le choix de deux inconnues pour faciliter la mise en équation et éviter des essais non organisés

Niveau : 7, 8

Origine : Groupe Algèbre

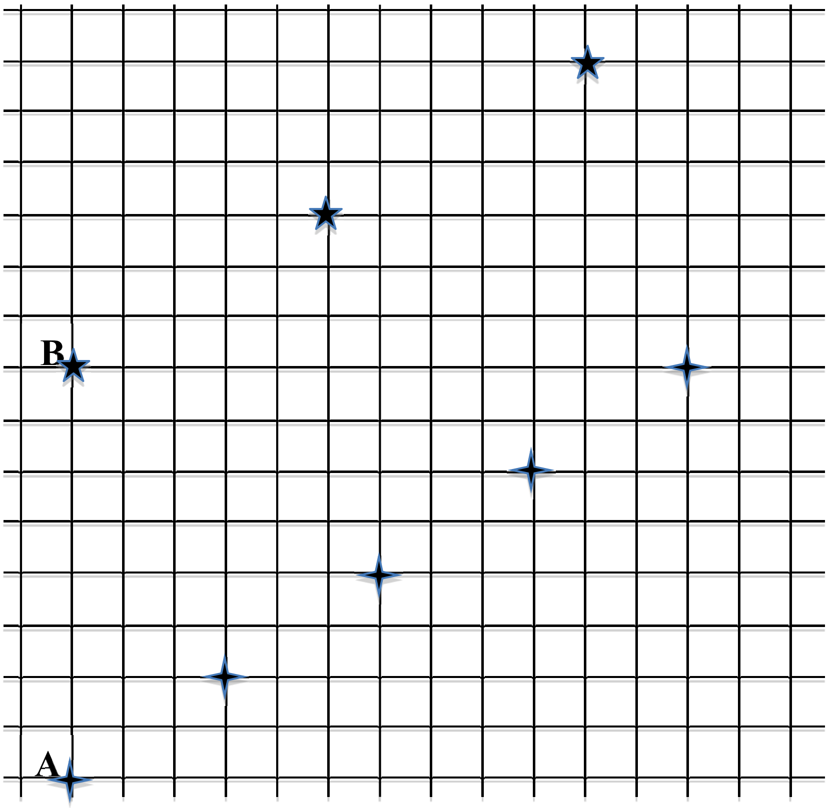
15. PARCOURS DE ROBOTS SAUTEURS (Cat. 7, 8)

Agathe et Béatrice ont programmé leurs robots sauteurs pour les faire se déplacer régulièrement sur un quadrillage. À chaque saut, les deux robots laissent une empreinte sur la grille, indiquée sur la figure par les étoiles.

- À chaque saut, le robot d'Agathe se déplace de 3 cases horizontalement vers la droite, et de 2 cases verticalement vers le haut ;

- À chaque saut, le robot de Béatrice se déplace de 5 cases horizontalement vers la droite, et de 3 cases verticalement vers le haut.

Le robot d'Agathe part de la position A, et celui de Béatrice part de la position B. Sur cette figure, on voit les empreintes de leurs premiers sauts.



En prolongeant le quadrillage vers la droite et vers le haut, y a-t-il un point d'intersection du quadrillage sur lequel on trouvera leurs deux empreintes ?

Si oui, combien de sauts devra faire chacun des robots pour arriver au point où leurs empreintes se superposent ?

Si non, combien de sauts devra faire chacun des robots pour arriver au point où la distance entre leurs empreintes est la plus petite possible ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le point d'intersection de deux parcours sur un quadrillage réalisés par des sauts réguliers successifs et trouver le nombre de sauts pour y arriver.

Analyse de la tâche

- Observer les empreintes des robots, prolonger les déplacements (mentalement ou par construction effective) et comprendre que les empreintes sont sur deux droites et qu'il est nécessaire de « sortir » de la feuille pour trouver le point d'intersection.

Pour trouver le point d'intersection :

- Prolonger effectivement le quadrillage sur une ou plusieurs feuilles collées ou travailler sur une feuille à carreaux plus petits et construire les traces des deux robots pour arriver au point commun et constater qu'on y arrive après 40 sauts de A et 24 sauts de B.

Ou

- Travailler au niveau numérique en remarquant que les traces sont l'une au-dessus de l'autre au départ, puis « décalées » horizontalement, puis qu'elles se retrouvent l'une au-dessus de l'autre après 15 cases ou 5 déplacements de 3 pour A et 3 déplacements de 5 pour B, la distance (verticale) entre les deux diminuant de 1 (de 8 à 7), en déduire que la distance sera nulle après 8 déplacements horizontaux de 15 côtés de carreaux.

Ou

- Exprimer les positions des traces de A et de B par leurs coordonnées, dont l'origine est, par exemple, le départ de A, une à une puis éventuellement 15 par 15 :

A	saut	0	1	2	3	4	5	…	10	…	20	…	**40**
	horiz.	0	3	6	9	12	15	…	30	…	60	…	**120**
	vertic.	0	2	4	6	8	10	…	20		40		**80**
B	saut	0	1	2	3	4	5	6	…	…	12	…	**24**
	horiz.	0	5	10	15	20	25	30	…	…	60	…	**120**
	vert.	0	3	6	9	12	15	18	…	…	36		72
	+8	8	11	14	17	20	23	26	…	…	44	…	**80**

Ou

- Algébriquement, déterminer l'équation des deux droites portant les traces pour A : $y = 2x/3$, pour B : $y = 3x /5 + 8$, puis les coordonnées de leur point d'intersection (120 ; 80) et calculer les nombres de sauts.

Niveau : 7, 8

Origine : Groupe Fonctions et suites

16. LE SEIGNEUR DE TRANSALPIE (Cat. 8)

Pierre et Paul aimeraient acheter la série de DVD « Le Seigneur de Transalpie ».

Paul se rend compte que pour l'acheter seul il lui manque 3,20 €. Pierre se rend compte qu'il lui manquerait 45,50 € pour l'acheter avec ses économies. Même en réunissant les économies de chacun d'eux, ils n'auraient pas assez d'argent pour acheter la série.

Combien peut coûter la série de DVD ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer l'intervalle des valeurs possibles du prix d'une marchandise qu'un premier acheteur ne peut pas payer car il lui manque 3,20 € alors qu'il manque 45,50 € à un deuxième acheteur et qu'ils ne peuvent pas non plus payer en réunissant leurs avoirs.

Analyse de la tâche

- Percevoir les différentes grandeurs en relation : le prix de la collections (DVD) encore inconnu, les deux sommes économisées par Pierre et Paul (PR et PL) encore inconnues et les deux « manques » connus (3,2 et 45,5) mais difficiles à se représenter puisqu'il s'agit de nombres négatifs !
- Comprendre que s'il manque 3,2 euros à Pierre ; la relation entre PR et DVD se traduit (en euros) par PR = DVD – 3,2 (ou PR + 3,2 = DVD) ; de même PL = DVD – 45,5 (ou PL + 45,5 = DVD). On peut donc savoir que DVD est plus grand que PR et que PL, mais aussi plus grand que 3,2 et que 45,5, ce qui permet de déterminer la limite inférieure des DVD : le prix des DVD est plus grand que 45,5 euros (DVD > 45,5).
- Comprendre que si les économies réunies de Pierre et Paul ne suffisent pas à acheter la collection, la relation se traduit par « la somme des économies de Pierre et de Paul est plus petite que le prix de la collection » ou encore : « la somme du prix de la collection moins 3,2 et la somme du prix de la collection moins 45,5 est inférieure au prix de la collection » et en regroupant les deux « manques » : « deux fois le prix de la collection moins 48,7 est inférieur au prix de la collection » et finalement après addition du « manque total » dans chaque partie de l'inégalité : « le manque total de 48,7 est inférieur au prix d'une collection ».
- Exprimer la réponse en combinant les deux relations précédentes. Le prix de la collection est plus grand que 45,5 et plus petit que 48,7 (en euros).

Ou

- Procéder par essais pour comprendre que la limite supérieure est 48,7 euros. Par exemple :
  hypothèse DVD = 50 => PR = 46,8 ; PL = 4,5 PR + PL = 51,1 à écarter
  hypothèse DVD = 49 => PR = 45,8 ; PL = 3,5 PR + PL = 49,1 à écarter
  hypothèse DVD = 48,5 => PR = 45,3 ; PL = 3 PR + PL = 48,3 à accepter

Ou

- Procéder par voie algébrique en transcrivant les relations précédentes en inéquations
  DVD > 45,5
  puis (DVD – 3,2) + (DVD – 45,5) < DVD => 2DVD – 48,7 < DVD => 2DVD < DVD + 48,7 => DVD < 48,7

Niveau : 8

Origine : Vallée d'Aoste

17. LES TULIPES D'ANNE (Cat. 8)

Anne désire planter des bulbes de tulipes au centre de son jardin le long des côtés d'une figure composée de deux carrés de même centre, dont les côtés sont parallèles et distants de 30 cm.

Anne veut planter ses bulbes sur les côtés des deux carrés de la façon suivante :

- il y aura un bulbe aux sommets de chaque carré ;
- le nombre de bulbes sera le même sur chaque carré ;
- les bulbes seront plantés à une distance de 20 cm les uns des autres sur le contour du grand carré et à une distance de 15 cm sur le contour du petit carré.

Combien de bulbes Anne plantera-t-elle en tout ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre de points disposés sur les contours de deux carrés concentriques, à côtés parallèles et espacés de 30 cm, sachant que sur le grand carré les points sont distants de 20 cm, sur le plus petit de 15 cm et qu'il y a le même nombre de points sur chaque carré.

Analyse de la tâche

- Imaginer la figure qu'Anne veut réaliser et éventuellement faire un dessin représentant la situation : un petit et un grand carré de même centre et de côtés parallèle formant une double bordure (ou bande) de 30 cm de largeur, avec le même nombre de bulbes sur chaque carré, déterminant sur les côtés des deux carrés un même nombre de segments, de 15 cm sur le petit, de 20 cm sur le grand.
- Comprendre encore, puisqu'il y a un bulbe sur chaque sommet et que tous les segments sont de même longueur, que leur nombre est celui des bulbes sur chaque carré (la moitié du total) et qu'il y a le même nombre de segments sur chacun des côtés des deux carrés.
- Tirer encore de la donnée « distants de 30 cm » que le côté du grand carré mesure 60 cm de plus que celui du petit carré, ou que le périmètre du grand mesure 240 cm de plus que celui du petit.

  Il y a de nombreuses manières de procéder pour déterminer le nombre de bulbes à partir des longueurs des segments (15 et 20), et selon les différences de longueur des côtés ou des pourtours des carrés, (respectivement de 60 et 240 cm). Par exemple :
- Procéder par essais organisés, (bulbes par côté) : si par exemple le nombre de bulbes sur chaque côté était 3, la mesure du côté le plus long serait 40 cm et celle du côté le plus court 30 cm, mais leur différence serait de 10 cm et non de 60 cm ; si le nombre de bulbes était 5, la différence entre les deux mesures serait de 20 cm (20 = 80 - 60) et ainsi de suite jusqu'à 13 bulbes sur chaque côté qui correspond à une différence de 60 cm [60 = 20 × (13 - 1) - 15 × (13 - 1)] puis au calcul du nombre de bulbes en décomptant ceux des sommets pris deux fois : (4 × 13) - 4 = 48 par carré et 96 en tout.
- Procéder en pensant aux multiples de 20 et 15 (longueurs des segments par côté) : comprendre que la longueur d'un côté du grand carré s'obtient en multipliant par 20 le nombre de segments sur le côté, de la même manière la longueur d'un côté du petit carré s'obtient en multipliant par 15 le nombre de segments sur le côté, et sachant que les longueurs des côtés diffèrent de 60 cm, trouver que ce sont les 12e multiples respectifs de 20 et 15 qui donnent cette différence.
- Procéder par proportionnalité, en se référant à l'homothétie entre les deux carrés : le rapport est 15/20 = 3/4, pour les longueurs des segments, il l'est aussi pour les périmètres dont la différence de longueur est 240 cm. On en tire les deux périmètres du petit 720 = (3 × 240) et du grand 960 = (4 × 240), qui divisés respectivement par 15 et 20 donnent chacun 48.
- Recourir à l'algèbre. Par exemple (bulbe par côté) : désigner par n le nombre de bulbes sur chaque côté des deux carrés, mettre en équation le problème: $20\ (n - 1) - 15\ (n - 1) = 60$ dont la solution est 13 qui conduit à 48 bulbes par carré après avoir décompté les quatre bulbes des sommets

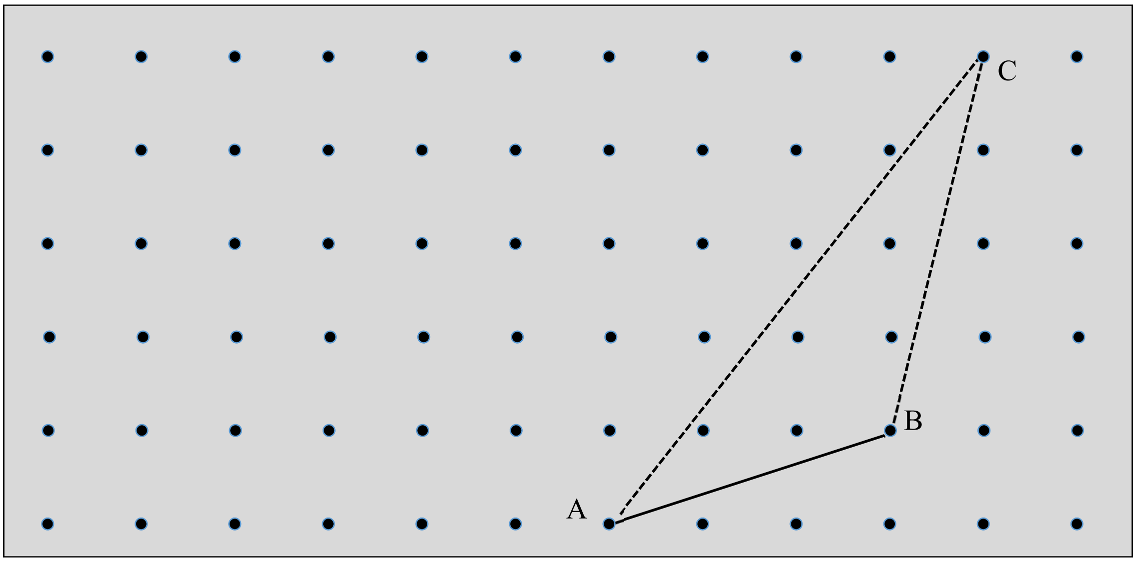
  ou, plus simplement (bulbe par pourtour) : avec b bulbes sur chaque pourtour, poser l'équation : $20\ b$ -¨$15\ b = 240$ dont la solution est 48.

Niveau : 8

Origine : Siena

18. DES TRIANGLES SUR UNE PLANCHE À CLOUS (Cat. 8)

Mathias a tendu un élastique entre les trois clous A, B, C de sa planche à clous pour former le triangle de la figure suivante :



Il maintient l'élastique sur les clous A et B et le soulève du clou C pour le fixer sur un autre clou, en cherchant à obtenir un nouveau triangle, de même aire que le triangle ABC.

Mathias se demande quels peuvent être les clous, autres que C, sur lesquels il pourrait fixer l'élastique pour obtenir d'autres triangles de même aire que le triangle ABC, dont A et B sont toujours deux des sommets.

Marquez tous ces clous sur la planche.

Expliquez comment vous les avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Un triangle est déterminé par trois sommets se situant sur les intersections d'un réseau de points à maille carrée (planche à clous), aucun de ses côtés n'est situé sur une ligne du réseau. Trouver tous les autres triangles de même aire dont deux sommets donnés sont inchangés et le troisième sommet est un autre point du réseau.

Analyse de la tâche

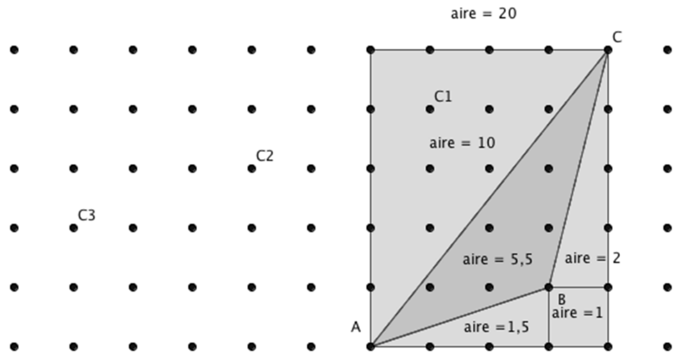
- Observer la figure et comprendre qu'il faudra tenir compte des limites de la planche à clous, de la disposition des clous sur la planche et de l'élastique tendu entre trois clous, de la position de deux des sommets qui est contrainte et de l'aire qui doit rester la même.
- Mettre en œuvre la formule de l'aire du triangle comme moitié du produit des mesures d'une base et de la hauteur correspondante (b h / 2) et, par un raisonnement déductif, aboutir au constat que si la mesure d'un côté (b) et l'aire (A) sont constantes, la hauteur (h) doit aussi être constante.
- Identifier la « hauteur » [CH] qui est portée par la perpendiculaire à la droite qui porte la base [AB] et prendre conscience que le point H, intersection des deux droites, n'est pas sur la base mais sur son prolongement.
- Identifier les emplacements où pourraient se situer les sommets différents de C lorsque l'autre extrémité H se déplace sur la droite (AB). Ce lieu géométrique est celui de l'extrémité du « segment hauteur », de mesure constante, c'est la droite parallèle à la base passant par C).
- Les trois constats précédents conduisent à l'identification des trois autres clous distincts de C situés sur la droite parallèle à (AB) passant par C.

Ou

- Après avoir déduit que la hauteur du triangle correspondant au côté [AB] doit être constante, tracer et mesurer la hauteur [CH], puis tracer la perpendiculaire à la droite (AB) passant par un autre point de la grille et sur cette droite mesurer la distance du point à la droite (AB). Si cette mesure est égale à la longueur CH, le point convient, sinon recommencer avec d'autres points.

Ou

- Déterminer l'aire du triangle ABC et chercher d'autres triangles de même aire, dont deux sommets sont A et B. Il y a plusieurs manières de déterminer l'aire, en particulier :
  - L'aire, 5,5 carrés de la grille est déterminée par « pavage » (à partir de figures d'aires facilement déterminées : rectangle circonscrit, triangles rectangles), par décomposition et « soustractions» (un exemple est donné par la figure ci-dessous). La procédure longue et fastidieuse consiste alors à tester d'autres positions du troisième sommet sur la grille et à déterminer par pavages l'aire du triangle ainsi déterminé. L'essai de déplacer le sommet C de 1 carreau vers la gauche aboutirait à une aire de 6 ; en descendant ensuite de 1 carreau vers le bas, on arriverait à 5, etc.).



  - Ou déterminer approximativement l'aire (par comptage des carrés entiers et recollage de parties de carrés ou utilisation de la formule de l'aire d'un triangle à partir de mesures, en cm, prises sur la figure).

Remarque : L'aire peut être calculée par la formule de Pick (vu qu'il y a un quadrillage qui est une planche à clous). A = $p/2 + i - 1 = 3/2 + 5 - 1 = 5{,}5$ (p désigne le nombre de points sur les côtés du polygone et i le nombre de points à l'intérieur du polygone).

Niveau : 8

Origine : Groupe Géométrie plane