Titre		Catégorie	Origine	Domaines
1	Le chenil de Charles	3 4	Mi	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels Additions et soustractions
2	Rectangles!	3 4	09.F.02	Géométrie plane Dénombrement de figures
3	Une course de modèles réduits	3 4	CB	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels
4	La vache dans le verger (I)	3 4	15.I.04	Géométrie plane, Grandeurs et mesures Distinction aire et périmètre
5	Le bal des animaux	3 4 5	CB	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels Effectuer des déductions avec des contraintes
6	Les grilles	4 5 6	08.II.08	Géométrie plane, Opérations arithmétiques Gérer des régularités numériques
7	La vache dans le verger (II)	5 6	15.I.04	Géométrie plane, Grandeurs et mesures Distinction aire et périmètre
8	Minigolf	5 6	UD	Géométrie plane, Grandeurs et mesures : longueurs Proportionnalité
9	Une sortie scolaire	5 6	PU	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels
10	Arthur, son chat et son chien	5 6 7	BB	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels Effectuer des déductions avec des contraintes
11	Cadeau d'anniversaire	5 6 7	SI	Opérations arithmétiques avec des entiers naturels Effectuer des déductions avec des contraintes numériques
12	Décoration de la station de métro	6 7 8	SI	Fonctions et suites. Grandeurs et mesures.
13	Les deux rectangles	7 8	GTGP	Géométrie plane. Grandeurs et mesure. Comparer des aires.
14	Entrainements cyclistes	7 8	FC	Algèbre, équations. Système linéaire.
15	Anniversaires en famille	7 8	SI	Fonctions et suites. Algèbre. Suite géométrique. Système linéaire
16	Billets de théâtre	7 8	SI	Opérations arithmétiques avec des nombres rationnels. Algèbre. Système linéaire.
17	Le dallage de Fabio	8	GTGP	Géométrie plane. Grandeurs et mesure. Aires.
18	Nombres de six chiffres	8	SR	Numération, arithmétique. Divisibilité.

1. LE CHENIL DE CHARLES (Cat. 3, 4)

Charles s'occupe d'un chenil qui accueille les chiens abandonnés.

Lundi soir il y avait 6 chiens dans ce chenil.

Mardi, 4 nouveaux chiens sont arrivés et 5 ont quitté le chenil car ils ont été confiés à des familles.

Mercredi, 12 chiens sont arrivés et un seul est parti.

Jeudi, 3 chiens sont partis et aucun n'est arrivé.

Vendredi, aucun chien n'est parti et 12 ont été amenés au chenil, mais 5 d'entre eux n'ont pas pu être accueillis car le chenil était plein.

Combien de chiens le chenil de Charles peut–il accueillir ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans une succession de six transformations additives (additions et soustractions), déterminer l'état final connaissant l'état initial et chacune des transformations.

Analyse de la tâche

- Comprendre la succession des arrivées et départs du chenil (qui ne sont pas toujours données dans le même ordre). Comprendre que le vendredi il faut compter une arrivée de 7 chiens seulement (12 – 5). Comprendre enfin que le nombre de chiens obtenu à la fin correspond à la capacité d'accueil du chenil.
- Utiliser une procédure numérique qui peut être de plusieurs types, par exemple :

  - procéder pas à pas : 6 + 4 = 10 ; 10 – 5 = 5 ; 5 + 12 = 17 ; 17 – 1 = 16 ; 16 – 3 = 13 ; 13 + 7 = 20 (ou 13 + 12 = 25 et 25 – 5 = 20).

  - faire le total des chiens accueillis (23) et des chiens partis (9), puis calculer 6 + 23 – 9 = 20.

Ou, utiliser une procédure graphique, par exemple : schématiser les chiens en barrant ceux qui partent et en ajoutant ceux qui arrivent et ceux qui ne peuvent pas être accueillis, puis dénombrer ceux qui ne sont barrés ;

Ou, utiliser une procédure graphique et numérique, par exemple une ligne numérique, support d'une procédure pas à pas.

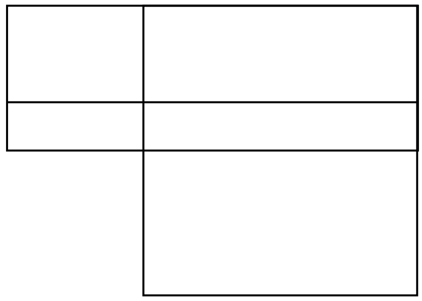
Niveaux : 3, 4

Origine : Milan

2. RECTANGLES ! (Cat. 3, 4)

En regardant ce dessin, Jeanne dit : *Il y a 5 rectangles.*

Julie lui répond : *Il y en a beaucoup plus.*



Combien de rectangles peut-on voir en tout sur ce dessin ?

Indiquez clairement tous les rectangles que vous avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre de rectangles que l'on peut observer dans une figure.

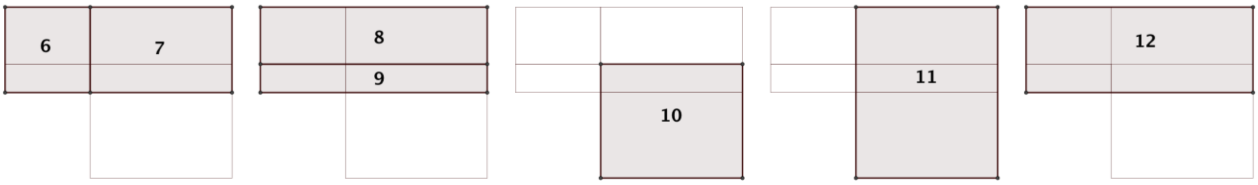
Analyse de la tâche

- Savoir reconnaitre des rectangles dans la figure et, en particulier, comprendre qu'en plus des rectangles élémentaires, il faut prendre en compte tous ceux qui peuvent obtenus par juxtaposition de ces rectangles élémentaires ;
- S'organiser pour ne pas oublier de rectangles et ne pas comptabiliser deux fois le même.
- Pour cela, plusieurs stratégies sont envisageables :

  - choisir un rectangle, passer son contour en couleur ou lui attribuer un numéro, recommencer avec un autre, etc. avec le risque à la fin de ne plus pouvoir identifier de nouveau rectangle ;

  - identifier et dénombrer les 5 rectangles élémentaires qui composent la figure, puis ceux qui sont obtenus en réunissant 2, puis 3, puis 4 de ces rectangles élémentaires (en s'aidant ou non de coloriage ou en dessinant les rectangles obtenus – voir ci-dessous) ;

Conclure que dans la figure on voit 12 rectangles en tout : les 5 rectangles élémentaires et les 7 rectangles ci-dessous :



Niveaux : 3, 4

Origine : 09.F.02

3. UNE COURSE DE MODÈLES RÉDUITS (Cat. 3, 4)

Une course a lieu sur un circuit entre dix voitures radiocommandées. Sur chaque voiture est écrit un numéro.

Les numéros inscrits sur les voitures sont : 5, 10, 15, 20, 25, 30, 35, 42, 45, 52.

Trois voitures seulement ont terminé la course. La somme des numéros inscrits sur ces trois voitures est 70.

Le numéro écrit sur la voiture arrivée troisième est le double du numéro écrit sur la voiture arrivée deuxième.

Quel est le numéro écrit sur la voiture arrivée première ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Parmi dix nombres proposés, en trouver trois dont la somme est 70 et tel que l'un des nombres soit le double de l'un des deux autres.

Analyse de la tâche

- Savoir ce qu'est le double d'un nombre et comprendre qu'il s'agit de chercher parmi les 10 nombres donnés trois nombres dont la somme est 70 avec un des nombres qui est le double d'un des deux autres.

Stratégies de résolution :

- Chercher parmi les nombres donnés les couples de nombres tels que l'un soit le double de l'autre : (5,10), (10,20), (15,30) et faire la somme des deux termes de chaque couple. Chercher ensuite le complément de cette somme à 70 qui figure parmi les autres nombres. Constater que la seule possibilité est le nombre 25 à ajouter à 45 (somme de 15 et de 30).

Ou, chercher les différentes possibilités d'obtenir 70 en faisant la somme de trois des nombres donnés : (5,20,45), (5,30,35), (10,15,45), (10,25,35), (15,20,35), (15,25,30) et vérifier si, parmi les termes de ces triplets, il existe deux nombres dont l'un est le double de l'autre.

Ou, faire la somme de trois des nombres parmi les 10, comparer la somme à 70 et si elle est égale à 70, regarder si parmi les trois nombres un est le double d'un des deux autres. Pour être assuré de l'unicité de la solution par cette méthode, il faudrait effectuer toutes les sommes possibles de trois des nombres et donc trouver tous les triplets de trois nombres ordonnés pris parmi les 10 nombres donnés, ce qui est hors de portée des élèves aux niveaux considérés ;

retenir le triplet où un des nombres est le double d'un des deux autres : (15, 30, 25). En déduire le nombre cherché: celui qui n'est ni le double, ni la moitié d'un des autres : 25.

Ou, remarquer qu'on peut exclure les nombres 42 et le 52 car il n'est pas possible d'obtenir 70 (qui est multiple de 10) en leur ajoutant d'autres nombres de la liste. Utiliser une des procédures précédentes avec les huit autres nombres.

Niveaux : 3, 4

Origine: Campobasso

4. LA VACHE DANS LE VERGER (I) (cat. 3, 4)

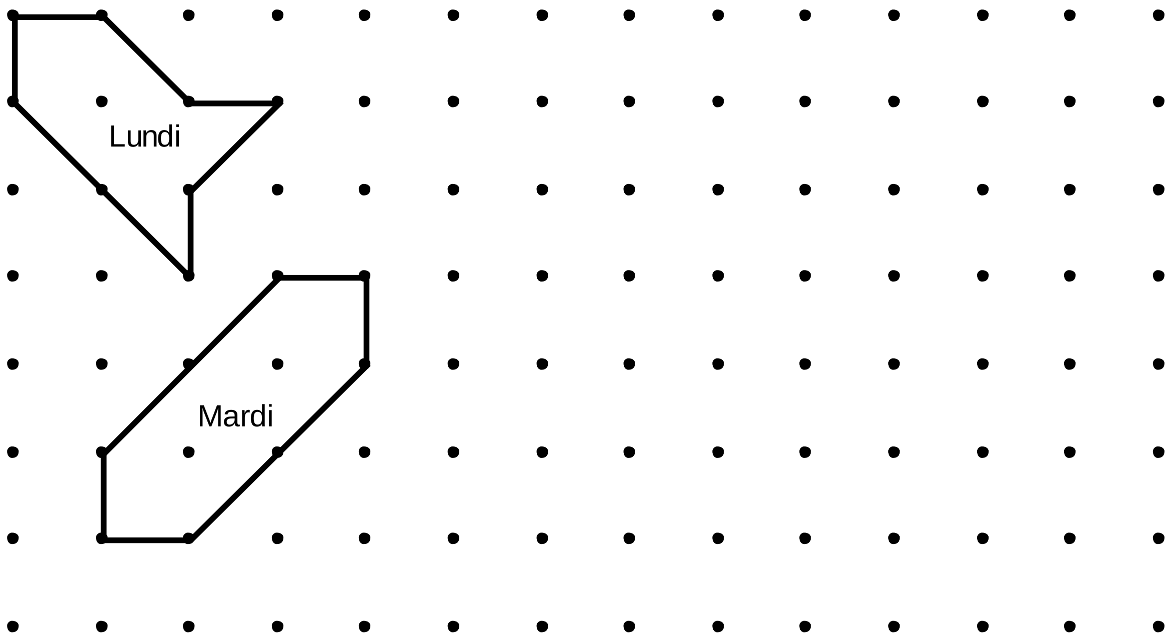
Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



Plan du verger du Père Michel
avec le dessin des enclos de lundi et mardi

Dessinez un enclos pour mercredi dans lequel il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Montrez pourquoi dans votre enclos de mercredi il y a plus d'herbe à manger que dans celui de mardi.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Réaliser sur un réseau pointé à maille carré une surface polygonale de même périmètre mais d'aire plus grande. Les côtés du polygone doivent être portés par les côtés ou les diagonales des mailles du réseau et exactement 8 points du réseau doivent être placés sur la ligne polygonale.

Analyse de la tâche

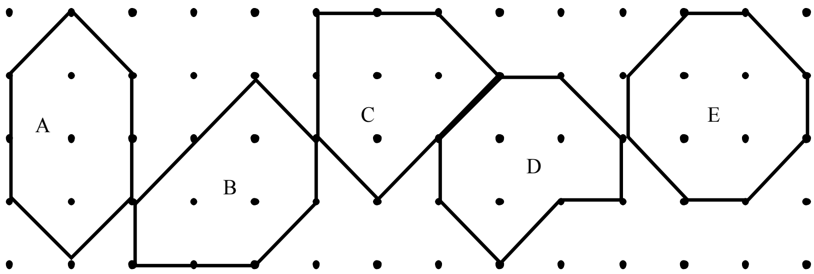
- Interpréter le plan du verger : y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos

- Observer les contours des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un « côté » de la maille carrée et celles dont la longueur correspond à une « diagonale ». Constater que chaque contour d'enclos est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.
- Comprendre que « ce qu'il y a à brouter » dans l'enclos ou « plus d'herbe à manger » se réfère à l'aire de l'enclos, que la forme de l'enclos peut changer mais que le périmètre doit rester le même.
- Vérifier sur les deux enclos dessinés que le périmètre est le même et comparer leurs aires. Pour cela, trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (un triangle est la moitié d'un carré). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles. L'aire de l'enclos du mardi est effectivement plus grande que celle de l'enclos du lundi.

Stratégies de résolution :

- Dessiner de façon aléatoire un enclos pour mercredi de forme différente des deux premiers, le retenir si son périmètre est égal à 4 barres longues et 4 courtes. Déterminer son aire et le retenir si elle est supérieure à celle de l'enclos du mardi.
- Chercher à réaliser un enclos délimité par 4 grandes barres et 4 petites. Procéder ensuite comme précédemment pour l'aire.
- Chercher à réaliser un enclos en tenant simultanément les deux contraintes sur le périmètre et l'aire : 4 barres longues et 4 courtes et à l'intérieur plus de 3 carrés et 4 triangles ou une surface équivalente à 5 carrés ou 10 triangles.

Quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D, E).



- Donner une explication montrant qu'il y a un comptage des carrés ou triangles ou nombre de points intérieurs (selon le théorème de Pick, l'aire en carrés vaut le nombre de points intérieurs + la moitié du nombre de points sur la frontière – 1. Les élèves ne peuvent pas le savoir, mais l'intuition « plus il y a d'arbres à l'intérieur, plus grande est l'aire » est à accepter comme explication).

Niveaux : 3, 4

Origine : D'après 15.I.04

5. LE BAL DES ANIMAUX (Cat. 3, 4, 5)

Ce soir, c'est le grand bal des animaux qui rassemble des éléphants, des girafes et des zèbres.

Les éléphants et les girafes sont arrivés les premiers. Chaque éléphant est venu accompagné d'une girafe et chaque girafe est venue accompagnée d'un éléphant.

Au total, 65 animaux sont venus au bal. Le nombre de zèbres est égal à la moitié de celui des éléphants.

Combien de zèbres sont venus au bal ce soir ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver trois nombres connaissant leur somme et sachant que, deux d'entre eux sont égaux et que le troisième est égal à leur moitié.

Analyse de la tâche

- Comprendre les contraintes du problème : autant de girafes que d'éléphants, le nombre de zèbres est égal à la moitié du nombre d'éléphants et donc de girafes.
- Utiliser une procédure graphique, par exemple recours à un schéma où l'élève représente progressivement des groupements de 2 éléphants, 2 girafes et 1 zèbre jusqu'à obtenir 65 animaux représentés, puis dénombrer les zèbres.

Ou, utiliser une procédure numérique par essais contrôlés de triplets de nombres vérifiant les deux premières conditions (due nombres égaux, le 3e égal à la moitié d'un des autres nombres) pour, à la fin, trouver 3 nombres dont la somme est 65 (26, 26 et 13) et conclure qu'il y a 13 zèbres.

En particulier, faire un premier essais en divisant 65 par 3 (quotient = 21 ; reste = 2), en déduire que le nombre de zèbres est inférieur à 21, puis essayer d'autres nombres de zèbres en contrôlant chaque fois les conditions de l'énoncé.

Ou utiliser une procédure numérique par déduction, par exemple considérer des groupements de 5 animaux (2 é + 2 g + 1 z) pour vérifier les 2 premières conditions, calculer 65 : 5 = 13, conclure qu'il y a 13 groupements identiques avec 1 zèbre par groupement, donc 13 zèbres.

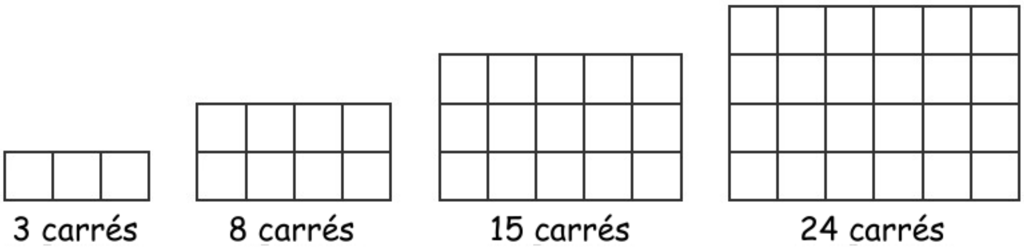
Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Groupe problèmes, d'après une idée de Campobasso

6. LES GRILLES (cat. 4, 5, 6)

Asmine dessine une suite de grilles selon cette règle : pour chaque nouvelle grille elle ajoute une rangée et une colonne de carrés à la grille précédente.

Voici les quatre grilles qu'elle a déjà dessinées :



En continuant à construire des grilles en respectant la même règle, pourra-t-elle construire une grille avec exactement 112 carrés ?

Et une grille avec exactement 224 ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Vérifier s'il est possible de construire des grilles rectangulaires formées de 112 et 224 carrés, en suivant cette règle : en partant d'une grille 1 x 3, on passe d'une grille à la suivante en ajoutant toujours une rangée et une colonne de carrés.

Analyse de la tâche

- Observer les grilles déjà dessinées et comprendre la règle de construction.
- Essayer de dessiner d'autres grilles en ajoutant toujours une rangée et une colonne de carrés pour voir si on réussit à obtenir celles avec le nombre de carrés indiqués.
- Dénombrer à chaque dessin tous les carrés ou en calculer le nombre et constater qu'on ne peut pas faire une grille avec 112 carrés, mais que c'est possible avec 224 carrés et trouver ainsi la réponse. Cette procédure est longue et fastidieuse, mais pas impossible.

Ou, observer les régularités qu'on retrouve d'une grille à l'autre. Noter par exemple que la différence des nombres de carrés entre la longueur et la largeur est toujours de 2, (3 – 1 ; 4 – 2 ; 5 – 3 ; 6 – 4 ; …), ou que pour passer d'une grille à l'autre longueur et largeur augmentent chacune de 1. A partir de ce constat, effectuer une série de multiplications dans lesquelles la différence entre les deux facteurs est de 2 et voir si parmi les résultats obtenus figurent les nombres cherchés : 7 x 5 = 35 ; 8 x 6 = 48 ; 9 x 7 = 63 ; 10 x 8 = 80 ; 11 x 9 = 99 ; 12 x 10 = 120 ; …16 x 14 = 224. Constater que le nombre 112 n'apparait pas, alors que 224 apparait.

Ou, observer à partir de la première grille que les nombres de carrés des grilles successives s'obtiennent en ajoutant 5, 7, 9, 11... carrés au nombre de carrés de la grille précédente : 3 + 5 = 8 ; 8 + 7 = 15 ; 15 + 9 = 24. Les nombres (5, 7, 9, 11) représentent les différences entre le nombre de carrés d'une grille et le nombre de carrés de la grille précédente. Construire éventuellement d'autres grilles pour vérifier que la différence augment à chaque fois de 2. A partir de ce constat, effectuer une série d'additions en partant du dernier nombre de carrés indiqué dans les exemples auquel il faut ajouter 11. Continuer ainsi, et vérifier si parmi les nombres obtenus figurent ceux recherchés : 24 + 11 = 35 ; 35 + 13 = 48 ; 48 + 15 = 63 ; … 80 + 19 = 99 ; 99 + 21 = 120 ; …195 + 29 = 224.

Conclure qu'on ne peut pas construire une grille avec 112 carrés, mais que c'est possible avec 224 carrés.

Niveaux : 4, 5, 6

Origine : 08.II.08

7. LA VACHE DANS LE VERGER (II) (Cat. 5, 6)

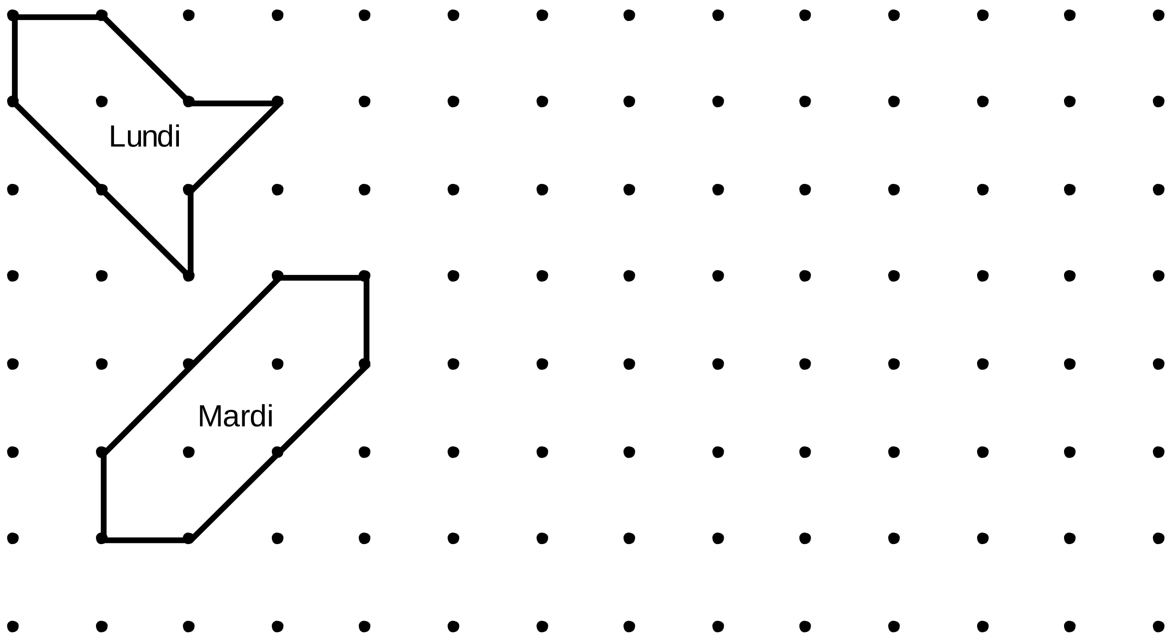
Les arbres du verger du père Michel sont tous bien alignés. Ils sont représentés par les points noirs sur le plan ci-dessous :

Lundi matin, le père Michel a fait un enclos dans le verger pour que sa vache, Hortense, puisse brouter l'herbe qui pousse sous les arbres. Pour délimiter l'enclos, il a relié les troncs de 8 arbres avec 8 barres de bois, 4 longues et 4 courtes.

Lundi soir, Hortense a mangé toute l'herbe à l'intérieur de l'enclos, mais elle a encore faim.

Mardi matin, le père Michel fait un nouvel enclos, plus grand que celui du lundi, en utilisant les troncs de 8 autres arbres et les 8 mêmes barres. Hortense aura ainsi plus d'herbe à manger.

Mardi soir, Hortense a tout mangé, mais elle a encore faim.



Plan du verger du Père Michel
avec le dessin des enclos de lundi et mardi

Dessinez un enclos pour mercredi plus grand que celui de mardi et un autre pour jeudi plus grand que celui de mercredi.

Mais attention, vous devez toujours utiliser les huit mêmes barres, entre huit arbres.

Expliquez pourquoi votre enclos de mercredi est plus grand que celui de mardi et celui de jeudi plus grand que celui de mercredi.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Réaliser sur un réseau pointé à maille carré deux surfaces polygonales de même périmètre mais d'aire croissante. Les côtés des polygones doivent être portés par les côtés ou les diagonales des mailles du réseau et exactement 8 points du réseau doivent être placés sur la ligne polygonale.

Analyse de la tâche

- Interpréter le plan du verger : y repérer les arbres, les barres de longueurs différentes et les différents enclos.

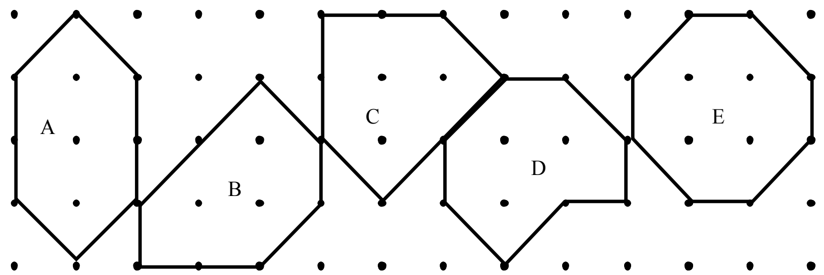
- Observer les contours des enclos et reconnaître qu'il y a deux sortes de barres, celles dont la longueur correspond à un « côté » de la maille carrée et celles dont la longueur correspond à une « diagonale ». Constater que chaque contour d'enclos est composé de quatre barres de chacune des deux sortes.
- Comprendre que « ce qu'il y a à brouter » dans l'enclos ou « plus grand » se réfère à l'aire de l'enclos, que la forme de l'enclos peut changer mais que le périmètre doit rester le même.
- Vérifier sur les deux enclos dessinés que le périmètre est le même et comparer leurs aires. Pour cela, trouver que les aires des enclos peuvent s'exprimer en « carrés » et/ou en « triangles » (un triangle est la moitié d'un carré). Par exemple, l'aire du lundi vaut 2 carrés entiers et 4 triangles, celle du mardi de 3 carrés entiers et 4 triangles. L'aire de l'enclos du mardi est effectivement plus grande que celle de l'enclos du lundi.

Stratégies de résolution :

- Dessiner de façon aléatoire un enclos pour mercredi de forme différente des deux premiers, le retenir si son périmètre est égal à 4 barres longues et 4 courtes. Déterminer son aire et le retenir si elle est supérieure à celle de l'enclos du mardi.

  Recommencer de la même manière pour l'enclos pour jeudi.
- Chercher à réaliser un enclos délimité par 4 grandes barres et 4 petites. Procéder ensuite comme précédemment pour l'aire.
- Chercher deux enclos d'aires plus grandes que celle de l'enclos de mardi par une des deux méthodes précédentes et les ranger ensuite selon leurs aires. Celui de plus grande aire sera celui pour jeudi et l'autre pour mercredi.
- Chercher à réaliser un enclos en tenant simultanément les deux contraintes sur le périmètre et l'aire : 4 barres longues et 4 courtes et à l'intérieur plus de 3 carrés et 4 triangles ou une surface équivalente à 5 carrés ou 10 triangles. Recommencer jusqu'à en obtenir deux d'aires différentes et les ranger suivant leurs aires.

Quelques solutions pour le mercredi (A, B, C, D) et la solution pour le jeudi (E)



- Donner une explication montrant qu'il y a un comptage des carrés ou triangles ou nombre de points intérieurs (selon le théorème de Pick, l'aire en carrés vaut le nombre de points intérieurs + la moitié du nombre de points sur la frontière – 1. Les élèves ne peuvent pas le savoir, mais l'intuition « plus il y a d'arbres à l'intérieur, plus grande est l'aire » est à accepter comme explication).

Niveaux : 5, 6

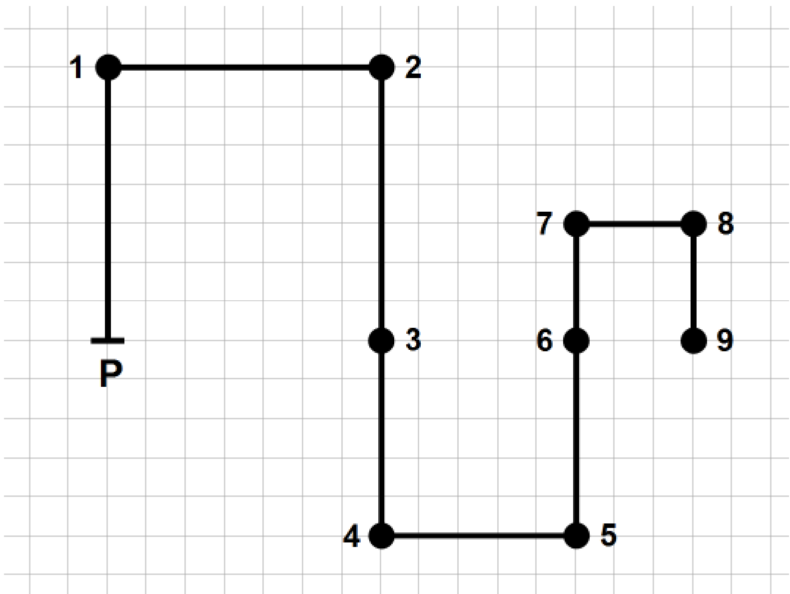
Origine : 15.I.04

8. LE MINIGOLF (Cat. 5, 6)

Diego a représenté sur une feuille quadrillée un parcours de minigolf avec 9 trous numérotés de 1 à 9.

La distance en ligne droite entre le point de départ P et le trou 9 est de 120 m.

Voici la représentation du parcours.



Quelle est la longueur en mètres de la totalité du parcours ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver la longueur exprimée en mètres d'un parcours représenté sur un quadrillage à maille carrée connaissant la longueur réelle entre deux points du parcours.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le parcours dessiné sur le quadrillage carré correspond à un parcours réel sur le terrain.
- Comprendre que 120 m est une distance réelle sur le terrain.
- Comprendre qu'il est possible de prendre pour unité la longueur du côté d'un carreau pour mesurer la longueur sur le quadrillage.
- Dénombrer les côtés de carreau entre le point de départ et le trou 9 (15).

  Calculer la longueur réelle correspondant à un côté de carreau (120 m : 15 = 8 m).

  Déterminer la longueur du parcours sur le quadrillage (45 unités) et multiplier par 8 pour avoir sa longueur réelle : 360 m.

Ou, comprendre que la longueur de 120 m sur le terrain correspond à 15 côtés de carreau sur le quadrillage

Découper le parcours sur le quadrillage en tronçons chacun d'une longueur de 15 côtés de carreau et s'apercevoir que la longueur du parcours est exactement trois fois celle-ci. Multiplier 120 m par 3 pour trouver la longueur réelle du parcours : 360 m.

Ou, déterminer la longueur du parcours sur le quadrillage (45 unités), utiliser que 45 c'est 3 fois 15 pour déterminer la longueur réelle qui elle aussi est égale à 3 fois la longueur correspondant à 15 unités (120 m) : 120 m x 3 = 360 m.

Le dénombrement et les calculs peuvent être simplifiés si on constate que le parcours est fait de trois tronçons et que chaque tronçon est fait de 3 côtés d'un même carré.

Une erreur possible consiste à compter les carreaux et non les côtés de carreau le long de la ligne, ce qui se traduit par un décompte de 1 carreau au lieu de 2 côtés de carreau aux sommets où la ligne change de direction.

Une autre erreur consiste à considérer le parcours dessiné comme étant la réalité et à donner comme réponse la mesure de sa longueur avec la règle.

Niveaux : 5, 6

Origine : Udine

9. UNE SORTIE SCOLAIRE (Cat. 5, 6)

Les enseignants de deux classes d'un établissement scolaire organisent une sortie pour leurs élèves.

Tous les élèves participent à la sortie et tous versent la même somme pour couvrir les dépenses.

Dans la première classe, c'est Angela qui collecte l'argent, dans la seconde classe, c'est Barbara.

Ensemble, Angela et Barbara ont collecté 180 euros, Barbara a récolté 9 euros de moins qu'Angela.

Dans la classe d'Angela il y a deux élèves de plus que dans la classe de Barbara.

Combien y a-t-il d'élèves dans la classe de Barbara ?

Expliquez comment vous avez trouvé la solution.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver deux nombres tels que : leur différence est 2, la différence de leurs produits par un même facteur est 9 et la somme de ces deux produits est 180.

Analyse de la tâche

- Comprendre que 180 € est la somme versée par la totalité des élèves des deux classes, que cette somme est le produit de la participation de chaque élève par le nombre total des élèves, que la différence récoltée dans les 2 classes (9 €) correspond à une différence d'effectifs de 2 élèves, qu'une fois connu le nombre total d'élèves dans les deux classes il faudra chercher le nombre d'élèves dans chaque classe sachant que la différence entre les deux classes est de deux élèves et que la classe de Barbara est celle qui compte le mois d'élèves.
- Décomposer le problème en plusieurs étapes et résoudre chacune d'elles. Par exemple :

  Montant de la participation de chaque élève : 9 € : 2 = 4,50 €. Nombre total d'élèves : 180 : 4,50 = 40.

  Détermination du nombre d'élèves dans chaque classe sachant qu'en tout ils sont 40 et que dans la classe d'Angela il y a 2 élèves de plus que dans la classe de Barbara.

  La recherche de cette dernière étape peut se faire par essais et ajustements en choisissant par exemple dans chaque classe deux nombres voisins de 20 dont la différence est 2. On trouve très rapidement 19 et 21.

  Ou chercher à égaliser le nombre d'élèves dans chaque classe en soustrayant ou en ajoutant 2 à 40 et déterminer en divisant pas 2 l'effectif de la classe la moins chargée (19) ou la plus chargée (21).

  Déduire que dans la classe de Barbara, la moins chargée, il y a 19 élèves.

Ou, possibilité de procéder toujours par étapes en se ramenant à un même nombre d'élèves par classe pour une somme totale collectée de 171 € (180 – 9) ou de 189 € (180 + 9).

Ou, après avoir déterminé le montant de la participation de chaque élève (9 € : 2 = 4,50 €), faire une hypothèse sur le nombre d'élèves dans chaque classe en respectant une différence de 2 entre les deux nombres, calculer le montant total alors payé par les élèves, le comparer à 180 et ajuster le choix des nombres d'élèves dans chaque classe jusqu'à arriver à un montant total de 180. Retenir le plus petit des nombres comme étant l'effectif de la classe de Barbara.

Niveaux : 5, 6

Origine : Pouilles + gt

10. ARTHUR, SON CHAT ET SON CHIEN (Cat. 5, 6, 7)

Arthur se pèse avec son chien dans les bras. La balance affiche 43 kg.

Puis, il pose le chien à terre et ils se pèse avec son chat dans les bras. La balance affiche 39 kg.

Il met ensuite son chien et son chat ensemble sur la balance. Celle-ci affiche alors 10 kg.

Pour finir, Arthur se pèse tout seul.

Qu'affiche la balance quand Arthur se pèse tout seul ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver un nombre parmi trois dont les sommes deux à deux sont 43, 39 et 10.

Analyse de la tâche

- Faire le lien entre les trois masses des personnages et les trois nombres, « poids », que la balance afficherait pour chacun d'eux puis comprendre que les indications affichées sur la balance correspondent aux masses d'Arthur et son chien, 43 kg, d'Arthur et son chat 36 kg, de son chien et son chat 10 kg.
- De l'information apportée par les trois pesées connues, déduire qu'Arthur pèse moins de 39 kg et que chaque animal pèse moins de 10 kg et que le chien est plus lourd que le chat.
- Quitter le contexte des grandeurs physiques et passer aux relations entre les nombres.
- Procéder par essais : faire une hypothèse sur le poids de chacun des trois personnages, effectuer les sommes des poids (Arthur + le chien, Arthur + le chat, le chien + le chat) et examiner si elles vérifient les informations données.
  Si ce n'est pas le cas, faire d'autres hypothèses en prenant plus ou moins en compte les déductions possibles à partir des calculs précédemment effectués, jusqu'à trouver le poids d'Arthur qui est 36 kg.

Ou, faire le choix d'une information et procéder par inventaire des possibles (en se limitant aux nombres entiers), par exemple pour les poids du chien et du chat : (1 ; 9), (2 ; 8), etc. Pour chaque possibilité trouvée, utiliser une seconde information pour déduire le poids du 3e personnage, par exemple Arthur, et vérifier que les 3 poids ainsi déterminés vérifient la 3e information ou, à partir de chacune des 2e et 3e informations, calculer le poids du 3e personnage qui doit être le même.

Ou, des deux premières pesées, déduire que le chien pèse 4 kg de plus que le chat. Sachant que le chien et le chat pèsent ensemble 10 kg et que la différence entre les deux masses, celles-ci ne peuvent pas être 5 et 5, 6 et 4. On trouve ainsi 7 et 3. En retirant la masse d'un animal de la pesée faite par Arthur avec cet animal dans les bras, on trouve qu'Arthur pèse
43 – 7ou 39 – 3, soit 36 kg.

Il y a bien évidemment de nombreuses autres façons de trouver la réponse.

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse

11. CADEAU D'ANNIVERSAIRE (Cat. 5, 6, 7)

Les triplés Anne, Blaise et Corinne reçoivent chacun pour leur anniversaire une boîte de chocolats. Les trois boîtes contiennent le même nombre de chocolats.

Après quelques jours, ils contrôlent le contenu de leurs boîtes et constatent qu'Anne a mangé 8 chocolats, Blaise en a mangé 15 et Corinne en a mangé 13.

À ce moment, les enfants observent que tous les chocolats qui restent pourraient remplir entièrement deux boîtes et qu'il en resterait encore 6.

Combien de chocolats contenait chaque boîte reçue par les triplés ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre dont le triple diminué de la somme de 8, 15 et 13 vaut 6 de plus que son double.

Analyse de la tâche

- Retenir de la description du contexte le déroulement dans le temps (les trois boîtes complètes, les chocolats mangés, le constat final avec deux boîtes), puis les grandeurs en jeu (nombres donnés) et leurs relations (soustractions pour les diminutions respectives de 8, 15 et 13 du nombre de chocolats contenus dans chaque boîte, regroupements en deux boîtes, contenu hypothétique de la troisième boîte devenue inutile, par additions et le choix entre addition et soustraction pour les 6 qui restent.

On peut procéder de plusieurs manières.

- Par essais et ajustements successifs par hypothèses à partir du nombre de chocolats d'une boîte. (Par exemple, si l'on part de 30, 30 ne convient pas car $(30 - 8) + (30 - 15) + (30 - 13) = 54$, qui est différent de $2 \times 30 + 6 = 66$). Découvrir ainsi que 42 est le nombre cherché et vérifier éventuellement que $(42 - 8) + (42 - 15) + (42 - 13) = 90 = 2 \times 42 + 6$.
- Par raisonnement (ou une procédure de type préalgébrique) sur le nombre des chocolats de chacune des boîtes avec les substitutions qui s'y produisent : les chocolats mangés et les 6 qui ne sont pas dans les deux boîtes constituent la troisième boîte : $8 + 15 + 13 + 6 = 42$; donc chaque boîte contenait 42 chocolats.
- Par dessin ou représentation graphique (échanges des chocolats restants qui vont dans deux boîtes et les chocolats mangés occupant une troisième boîte, …).
- Eventuellement par mise en équation du problème : $(x - 8) + (x - 15) + (x - 15) = 2x + 6$, où x désigne le nombre de chocolats que conteennait chaque boite. Après réduction : $3x - 38 = 2x + 6$, recherche de la solution par essais. Conclure que chaque boîte contenait 42 chocolats.

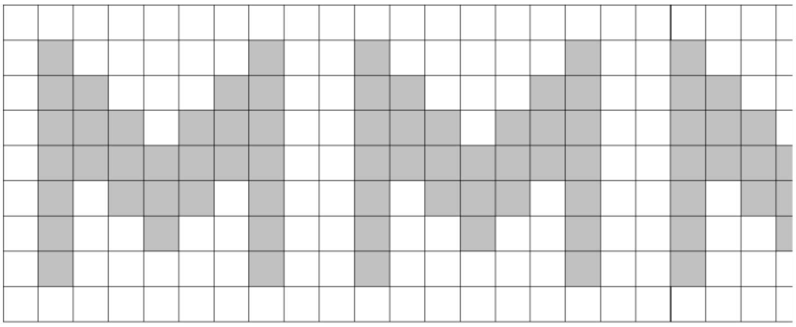
Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena (d'après, *Petits gourmands* 14e RMT.II.8)

12. DÉCORATION DE LA STATION DE MÉTRO (Cat. 6, 7, 8)

On veut décorer la station centrale du métro de Transalpie avec une frise de carreaux blancs et gris de 20 cm de côté ; l'espace à décorer a une longueur de 27 mètres et une hauteur de 180 cm.

Le motif de la frise se répète régulièrement sur toute la longueur de la frise. En voici le début dont on voit deux motifs entiers et une partie du troisième :



Les carreaux blancs coûtent chacun 3 euros, les gris coûtent chacun 5 euros.

Combien coûteront les carreaux pour la frise entière.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Calculer le prix des carreaux d'une frise, constituée d'un motif répété en forme de « M » contenu dans un carré de 9 × 9 carreaux, de deux couleurs, connaissant le prix des carreaux de chaque couleur.

Analyse de la tâche

- Comprendre que le dessin ne représente que le début de la frise et que celle-ci se poursuit régulièrement par répétition d'un motif.
- Identifier le motif. Soit on s'intéresse au motif « M » seulement, de 7 × 7, sans tenir compte des carreaux blancs, mais dans ce cas ce n'est pas simple de calculer le nombre de modules. Soit on considère le module complet, le « M » et son pourtour de carreaux blancs, de 9 × 9 carreaux, qui occupe un espace de 180 cm dans la longueur de la frise.
- Une fois que le module complet, 9 × 9 carreaux de 180 cm de côté est déterminé, calculer combien de fois il se répète dans toute la longueur de la frise, après avoir effectué les conversions d'unités nécessaires. En cm : 2700 : 180 = 15 ou en m : 27 : 1,8 = 15.
- Le nombre de modules déterminé il faut calculer les nombres de ses carreaux 9 × 9 = 81, compter les gris : 29 et calculer le nombre des blancs 81 – 29 = 52 ; puis calculer le prix des carreaux

  pour les gris 29 × 15 = 435 et 435 × 5 = 2175 (€), pour les blancs 52 × 15 = 780 et 780 × 3 = 2340 (€)

  au total 2175 + 2340 = 4515 (€)

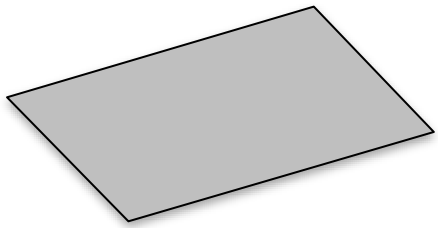
  Il y a évidemment de nombreuses autres manières d'organiser les calculs, par exemple en déterminant le nombre total de carreaux dans la longueur de la frise : 2700 : 20 = 135, puis dans la largeur : 180 : 20 = 9 et au total 135 × 9 = 1215 et les répartir proportionnellement à 29 (gris) et 52 (blancs) d'un motif de 81 carreaux : (1215 :81) × 29 = 435 pour les gris, etc.

Niveaux : 6, 7, 8

Origine: Siena

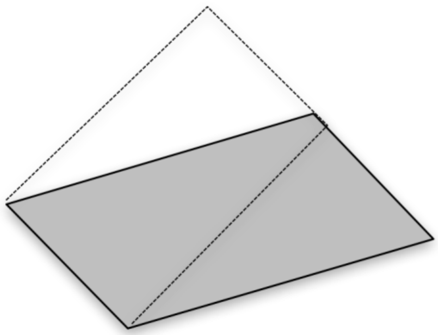
13. LES DEUX RECTANGLES (Cat. 7, 8)

Antoine et Blanche veulent transformer le parallélogramme ci-dessous en un rectangle.

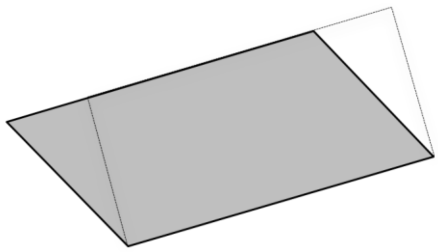


Ils procèdent de manières différentes :

- Antoine dessine un rectangle dont un des deux petits côtés coïncide avec l'un des petits côtés du parallélogramme et dont l'autre petit côté n'a qu'une partie en commun avec le côté opposé du parallélogramme.
- Blanche dessine un rectangle dont un des grands côtés coïncide avec l'un des grands côtés du parallélogramme et dont l'autre grand côté n'a qu'une partie en commun avec le côté opposé du parallélogramme.



dessin d'Antoine



dessin de Blanche

Antoine et Blanche obtiennent ainsi deux rectangles différents.

Les deux rectangles ont-ils la même aire, ou l'un a-t-il une aire plus grande que l'autre ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Comparer l'aire de deux rectangles construits sur un même parallélogramme (le premier sur une paire de côtés parallèles, le second sur l'autre paire de côtés parallèles).

Analyse de la tâche

- Observer les figures, reconnaître le parallélogramme en gris et les rectangles d'Antoine et Blanche et comprendre que chacun est une transformation du même parallélogramme en deux rectangles différents.
- Constater encore qu'aucune mesure n'est donnée dans l'énoncé et qu'il faudra faire un choix entre : prendre des mesures sur les dessins particuliers ou travailler par une méthode générique (raisonnement indépendant du cas particulier).
- Observer les deux triangles visibles dans la construction d'Antoine, le gris et le blanc, et montrer qu'ils sont égaux par des considérations d'ordre géométrique : égalités des côtés correspondants, images l'un de l'autre par une translation, … Par conséquent ils se superposent parfaitement et, par pavage, conclure que l'aire du rectangle est la même que celle du parallélogramme. La procédure est la même pour les triangles gris et blanc de la construction de Blanche, dont le rectangle et le parallélogramme ont la même aire. Les deux rectangles ont donc aussi (par transitivité), la même aire.

(Les critères formels de l'égalité des triangles ou des propriétés de la translation : conservation des longueurs ou isométries ne sont pas attendus)

Ou, en faisant appel à la formule de l'aire du parallélogramme (de côtés *a* et *b*, avec les hauteurs correspondantes h_a e h_b) et aux deux manières de calculer son aire: $a \times h_a = b \times h_b$), voir que les côtés du rectangle d'Antoine sont un des côtés du parallélogramme (*a*) et sa hauteur correspondante (h_a) et constater que l'aire de ce rectangle: $a \times h_a$ est aussi l'aire du parallélogramme, puis, par transitivité, déduire que les deux rectangles ont la même aire.

Ou, à partir de découpages et superpositions, constater l'égalité des triangles à superposer (procédure approximative qui ne permet pas d'arriver à une certitude sans autres justifications)

Ou, prendre les mesures des côtés des rectangles, calculer les deux aires et les comparer (procédure ne permettant pas de répondre avec certitude car elle dépend des approximations des mesures)

Niveaux : 7, 8

Origine : GTGP

14. ENTRAÎNEMENTS CYCLISTES (Cat. 7, 8)

Jean s'entraîne pour sa prochaine course de vélo sur trois parcours : un long, un moyen et un court.

Lors de son entraînement d'hier, Jean a effectué deux fois le parcours long, deux fois le parcours moyen et une fois le parcours court, pour un total de 42 km.

Aujourd'hui, en répétant cinq fois le parcours moyen, il a parcouru 5 km de moins qu'hier.

Son entraînement de demain prévoit un total de 48,8 km avec quatre parcours longs et un court.

Pour le dernier entraînement avant la course, après-demain, Jean fera une fois le parcours long, trois fois le moyen et deux fois le court.

Combien de kilomètres fera Jean lors de son dernier entraînement ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer la longueur d'un trajet, a + 3b + 2c, composé de trois parcours a, b, c : connaissant la longueur de trois autres trajets composés des mêmes parcours : 2a + 2b + c = 42 ; 5b = 42 − 5 ; 4a + c = 48,8.

Analyse de la tâche

- Comprendre que la longueur de chaque entraînement s'exprime à l'aide de celle des trois parcours et qu'il est nécessaire de trouver les longueurs de ces trois parcours à partir des relations données.
- Constater que la relation entre les entraînements des deux premiers jours « 5 de moins » permet de calculer directement la longueur du parcours moyen, (42 − 5) : 5 = 7,4 (km)
- Pour déterminer la longueur du parcours long et du court, tenir compte de la composition des deux autres entraînements de 42 km et de 48,8 km. Il y a plusieurs manières de faire :

  Par exemple, après substitution des deux longueurs des parcours moyens dans le premier entraînement par 7,4, on obtient pour deux parcours longs et un court : 42 – 2 × 7,4 = 27,2 en km. La différence entre ce dernier et le troisième entraînement, 48,8 – 27,2 = 21,6 est due à la présence de deux longs parcours. On en tire la longueur, en km du long parcours : 21,6 : 2 = 10,8. Puis, par substitution, on trouve la longueur du parcours court : 48,8 – 4 × 10,8 = 5,6 en km
- Conclure que Jean au cours de son dernier entraînement, parcourra 10,8 + 3 × 7,4 +2 × 5,6 = 44,2, en km.

Ou : résoudre le système de trois équations à trois inconnues : $\begin{cases} 2x+2y+z=42 \\ 5y=37 \\ 4x+z=48{,}8 \end{cases}$

ou de deux équations à deux inconnues : après avoir déterminé la longueur du parcours moyen.

Ou : procéder par essais et ajustements, mais, vu la présence de nombres décimaux, la démarche peut être longue.

Niveaux : 7, 8

Origine : Siena

15. ANNIVERSAIRES EN FAMILLE (Cat. 7, 8)

Il y a quelque temps, la famille de Francesca a vécu une année très particulière pour ses anniversaires :

l'âge de la cousine Elisabeth était le double de celui de Francesca,

l'âge de la maman Carla était le double de celui d'Elisabeth,

l'âge de la grand-mère Lily, était le double de celui de Carla.

Cette année, 2017, est aussi une année particulière pour les anniversaires de la famille :

l'âge de la maman Carla est le double de l'âge de Francesca et la grand-mère Lily fête ses 110 ans.

Quel est l'âge de Francesca en 2017 ?

Expliquez comment vous avec trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver l'âge de la plus jeune de quatre personnes sachant que, il y a quelques années, les quatre âges étaient en progression géométrique de raison 2 et que, aujourd'hui, l'âge de la troisième est le double de celui de la plus jeune et que la plus âgée a 110 ans.

Analyse de la tâche

- Se représenter les relations entre les âges des quatre personnes dans le passé et constater que la relation « le double » répétée d'une personne à l'autre permet aussi de dire que l'âge de la troisième est le « quadruple » de la première … et que, par exemples les quatre âges pouvaient s'exprimer au moyen de celui de Francesca : E = 2F, C = 4F, L = 8F (selon une progression 1, 2, 4, 8).
- Se rendre compte que, les relations entre les âges se modifient avec les années et qu'en 2017, l'âge de chaque personne a augmenté du même nombre (d'années) et que l'âge de l'une n'est plus le double de la précédente, en particulier Carla qui avait quatre fois l'âge de Francesca il y a quelques années ne l'a plus que deux fois en 2017.

Il y a de nombreuses manières de procéder :

- Par essais de l'âge de F « avant », puis en 2017

avant :	F	E	C	L	diff à 110	en 2017	F	E	C	L	
	5	10	20	40	70		75	80	90	110	$90 \neq 2 \times 75$
	10	20	40	80	30		40	50	70	110	$70 \neq 2 \times 40$
	11	22	44	88	22		**33**	44	**66**	110	$66 = 2 \times 33$

- En partant des relations entre F et C qui ont passé du quadruple dans le passé au double en 2017, comprendre que l'écart (d) entre le passé et 2017 est le double de l'âge de F « passé » ou la moitié de l'âge de C « passé ». (Cette relation est très délicate à trouver, elle est issue de l'égalité « C est le double de F » en 2017 4F + d = 2(F + d) qui se simplifie en 2F = d par soustractions de 2F et de d dans chaque membre, soit par calcul algébrique, soit par un modèle de « balance », soit par une représentation graphique ??). La grand-mère qui a, en 2017, 8 fois l'âge de F + d aura alors 10 fois l'âge de F ou 110 ce qui conduit à F = 11 ans dans le passé puis à un écart de 22 ans et finalement à 33 ans pour l'âge de F en 2017.
- Par voie algébrique : avec *x* âge de F « passé », et *n* période entre « passé » et 2017, résoudre le système

$$\begin{cases} 8x + n = 110 \\ 4x + n = 2(x + n) \end{cases}$$

- Conclure que-Francesca avait 11 ans « avant » et que, après 22 ans, elle a 33 ans en 2017.

Niveaux : 7, 8

Origine : Siena

16. BILLETS DE THÉÂTRE (Cat. 7, 8)

Au théâtre de Transalpie un billet de galerie coûte 14 euros et un billet de parterre 10 euros.

Hier il y avait 165 spectateurs au théâtre et 1/5 des spectateurs du parterre avaient reçu un billet gratuit et il n'y a eu aucun billet gratuit à la galerie.

La vente des billets de la galerie a rapporté la même somme d'argent que celle des billets du parterre.

Combien de personnes au parterre avaient-elles un billet gratuit ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

La somme de deux nombres étant 165 ; calculer le 1/5 du premier de deux nombres sachant encore que le produit de 10 et de 4/5 du premier nombre est égal au produit de 14 et du second nombre.

Analyse de la tâche

- Comprendre que certains spectateurs n'ont pas payé leur billet et que ceux qui l'ont payé sont les 4/5 des spectateurs du parterre.
- Comprendre que pour déterminer le nombre des billets gratuits, il faut trouver le nombre des spectateurs du parterre.
- Observer que la recette des billets du parterre est un multiple de 10 et que par conséquent celle de ceux de la galerie le sera aussi et est encore un multiple de 14.
- Procéder alors par essais : à partir d'une même recette hypothétique pour le parterre et la galerie, déterminer le nombre des spectateurs des deux zones, le nombre des spectateurs qui ne payent pas et contrôler si leur somme est 165. Par exemple si la recette était de 560 euro pour le parterre et la galerie, les spectateurs de la galerie seraient 40 (560:14), ceux du parterre ayant payé, 56 (560:10) et ceux qui n'ont pas payé, 14 (56 :4) mais 40 + 56 + 14 = 110; il faudrait alors choir une valeur plus élevée. En choisissant 840 euro comme recette commune, les spectateurs de la galerie sont 60 (840:14), ceux du parterre ayant payé, 84 (840:10) et ceux qui n'ont pas payé, 21 (84 : 4) et 60 + 84 + 21 = 165.

  Conclure qu'il y avait 21 personnes avec un billet gratuit.

Ou, par hypothèse sur le nombre de spectateurs

Ou, par une procédure algébrique, en indiquant par *x* le nombre des spectateurs du parterre et par *y* ceux de la galerie, établir le système d'équations :

$$\begin{cases} x + y = 165 \\ 10 \times (\frac{4}{5})x = 14y \end{cases}$$

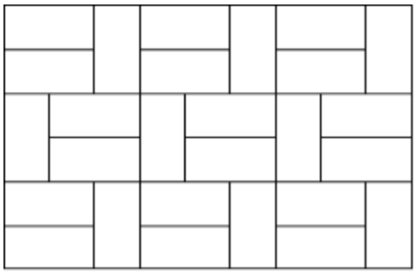
dont la solution est $y = 60$ et $x = 105$, déterminer ensuite les personnes avec billets gratuits: $105(\frac{1}{5})=21$

Niveaux : 7, 8

Origine : Siena

17. LE DALLAGE DE FABIO (Cat. 8)

Voici le dessin du dallage de la chambre de Fabio composé de dalles rectangulaires toutes égales.



Le périmètre de la chambre est de 15 m. Le prix des dalles est de 30 euros au m^2.

Combien Fabio a-t-il dépensé pour acheter les dalles de sa chambre?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

À partir du dessin d'un pavage rectangulaire de 15 mètres de périmètre composé de dalles rectangulaires égales dont on connaît le prix au mètre carré, calculer le prix des dalles.

Analyse de la tâche

- De la lecture de l'énoncé, comprendre qu'il est nécessaire de calculer l'aire du pavage (rectangle) pour pouvoir répondre à la demande du prix.
- Observer la figure et en percevoir les régularités, tant horizontalement que verticalement.
- Voir (de la juxtaposition des rectangles) que la longueur des dalles est le double de la largeur et qu'il s'agit de la « relation clé » de la situation qui permet de définir une unité commune pour la mesure des côtés.

  Par exemple, en prenant la largeur d'une dalle comme unité ou en imaginant une trame quadrillée du dallage, chaque dalle occupe 2 carrés du quadrillage et les dimensions de la chambre sont 9 et 6, le périmètre 30, en côtés des carrés unités.
- Par proportionnalité, trouver les mesures en mètres : 30 (côtés de carrés) ⇔ 15 (m) détermine le rapport 15/30 = 1/2 et les dimensions de la chambre 4,5 et 3 (en m).
- Passer alors à l'aire de la chambre : 3 × 4,5 = 13,5 (en m^2) et au prix des dalles : 13,5 × 30 = 405 (en euro).

Ou, par une procédure algébrique, exprimer les dimensions par des lettres (par exemple x et y pour la largeur et la longueur d'une dalle pour arriver aux équations successives $2(9x + 6x) = 15$; $30x = 15$; $x = 1/2$; puis, comme précédemment, déterminer les dimensions du dallage, calculer son aire et son prix.

Niveaux : 8

Origine : GTGP d'après 23.I.14 Le parquet (SI)

18. NOMBRES DE SIX CHIFFRES (cat. 8)

Écrivez un nombre de six chiffres où chacun des chiffres 1, 2, 3, 4, 5, 6 n'apparaît qu'une seule fois, et tel que (à partir de la gauche) :

- le nombre formé par les deux premiers chiffres soit divisible par 2,
- le nombre formé par les trois premiers chiffres soit divisible par 3,
- le nombre formé par les quatre premiers chiffres soit divisible par 4,
- le nombre formé par les cinq premiers chiffres soit divisible par 5,
- le nombre formé par les six chiffres soit divisible par 6.

Puis cherchez tous les nombres de six chiffres répondant à ces conditions.

Expliquez comment vous les avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver les nombres formés des six chiffres 1, 2, 3, 4, 5, et 6, divisibles par 6, tels que le nombre formé des cinq premiers chiffres est divisible par 5, celui formé par les quatre premiers chiffres est divisible par 4, celui formé par les trois premiers chiffres est divisible par 3 et celui formé par les deux premiers chiffres est divisible par 2.

Analyse de la tâche

- Comprendre que chacun des chiffres 1 à 6 doit apparaître à une reprise (et une seule) dans le nombre recherché.
- Se rappeler les critères de divisibilité utiles dans les conditions du problème : par 2 (dernier chiffre pair) ; par 3 (somme des chiffres multiple de 3), par 4 (se terminant par 2 ou 6 si le précédent est impair, par 4 si le précédant est pair ; par 5 (se termine par 5) par 6 (somme des chiffres multiple de 2 et de 3).
- Une procédure par essais chiffre par chiffre permet rapidement de limiter les possibilités en conservant le 5 pour le 5e chiffre et l'excluant des autres positions :

  premier chiffre, 5 possibilités : 1, 2, 3, 4, 6

  deux premiers chiffres, 12 possibilités : 12, 14, 16, 24, 26, 32, 34, 36, 42, 46, 62, 64

  trois premiers chiffres, 15 possibilités : 123, 126, 162, 243, 246, 261, 264, 321, 324, 342, 423, 426, 462, 621, 624, 642

  quatre premiers chiffres, se réduit à 6 possibilités : 1236, 1264, 1624, 2436, 3216, 4236,

  cinq premiers chiffres, les 6 possibilités précédentes : 12365, 12645, 16245, 24365, 32165, 42365,

  six chiffres, se réduit aux 2 possibilités : 123654 ; 321654.
- D'une manière plus économique, se rendre compte que les chiffres 2, 4 ou 6 doivent se situer en 2e, 4e ou 6e position pour obtenir des nombres pairs (multiples de 2, de 4 et de 6), de même le chiffre 5 doit être en 5e position (multiple de 5) et il ne reste plus que la 1e ou 3e position pour les chiffres 1 et 3. La troisième condition impose le « 2 » en deuxième position (la somme des trois premiers chiffres devant être un multiple de 3). La quatrième condition impose le « 6 » en quatrième position. Contrôler enfin que les deux nombres obtenus sont bien divisibles par 6.

  Il y a évidemment d'autres manières d'organiser la recherche qui toutes aboutissent aux deux seules possibilités : 123654 et 321654.

Ou: Puisque le nombre formé des six chiffres est toujours divisible par 3 car 1+2+3+4+5+6=21, pour être divisible par 6 il suffit que le dernier chiffre soit pair, par conséquent on peut avoir les configurations – – – –52, – – – –54, – – – –56 qui se complètent en tenant compte des autres conditions pour déterminer les nombres corrects.

Ou: on peut commencer la recherche à partir des nombres de quatre chiffre divisibles par 4: les deux derniers chiffres peuvent être 12, 16, 24, 32, 36, 64 et compléter ensuite avec les deux premiers tenant compte de la divisibilité par 2 et par 3. On obtient ainsi 3216, 1624, 1236, 2436, 4236, 1264. A ces nombres, ajouter le 5 à la cinquième place et compléter avec le chiffre qui reste. On obtient ainsi 321654, 162453, 123654, 243651, 423651, 126453 et en écartant ceux qui sont impairs il reste 321654 et 123654.

Niveaux : 8

Origine : Suisse romande