Titres	origine	catégories	tâche mathématique
1. Une course matinale	FC	3 4	Durée d'un parcours de 10 tours de piste au rythme de 4 tours en ½ h
2. La grille de Max (I)	LY	3 4	Inscrire dans une grille carrée 4 × 4 trois rectangles 2 × 1
3. Des tours toujours plus hautes	RZ	3 4	Progression géométrique de raison 2
4. Puce savante	lg-fj	3 4 5	Nombres entiers obtenus dans une suite de deux opérations (addition et soustraction)
5. Les billes d'Arthur	SI	3 4 5 6	Trouver trois nombres entiers vérifiant certaines relations
6. La tarte aux fruits	RMT	4 5 6 7	Déterminer le nombre de secteurs égaux partageant un disque
7. Corbeilles de fruits (I)	SI	5 6 7	Additionner les 2/3 et les 3/5 de 30
8. La grille de Max (II)	LY	5 6 7	Inscrire six rectangles de dimensions variées dans une grille carrée 6 × 6
9. L'équipe de volley	PR	5 6 7 8	Déterminer 6 diviseurs de 36 vérifiant certaines conditions
10. Concours de pêche	SI	5 6 7 8	Recherche de trois nombres entiers vérifiant certaines conditions
11. La porcherie	FC	6 7 8	Déterminer à l'intérieur d'une ligne fermée l'ensemble des points situés à une distance de 7 points donnés supérieure à une distance donnée
12. Escaliers	SI	7 8	Rang d'une figure dans une suite régulière de figures planes
13. Corbeilles de fruits (II)	SI	8	Recherche d'un nombre dont la somme de la moitié et du tiers est égale à 60.
14. La pâte à tartiner	FC	8	Déterminer le choix le plus avantageux parmi trois offres pour l'achat d'un produit
15. Un rectangle en morceaux	AO	8	Trouver les dimensions d'un rectangle dans lequel on a disposé en 6 figures identiques en forme de L

1. UNE COURSE MATINALE (Cat. 3, 4) **CLASSE : SR - __________**

Tous les matins, Jeanne s'entraîne à la course sur la piste d'athlétisme de sa région.

En une demi-heure, elle fait toujours 4 tours de piste.

Demain, Jeanne veut parcourir 10 tours de piste en courant toujours au même rythme.

Combien de temps mettra-t-elle ?

Expliquez comment vous avez trouvé la réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le temps de parcours de 10 tours de piste d'athlétisme au rythme de 4 tours de piste en une demi-heure.

Analyse de la tâche

- Comprendre que « au même rythme » signifie qu'en une demi-heure, Jeanne fait toujours 4 tours de piste.
- En déduire que 2 tours de piste sont parcourus en un quart d'heure (moitié d'une demi-heure).
- Remarquer que 10 tours = 4 tours + 4 tours + 2 tours, et par conséquent que le temps nécessaire pour les parcourir est égal à ½ h + ½ h + ¼ h, soit une heure et un quart d'heure (1 h 15 min ou 75 min).

Ou bien,

- effectuer la décomposition $10 = 2 \times 4 + 2$ et considérer que le temps pour parcourir 10 tours de piste se décompose de la même manière, c'est-à-dire 2 fois une demi-heure plus la moitié d'une demi-heure, soit 1 h et un quart d'heure.

Niveaux : 3, 4

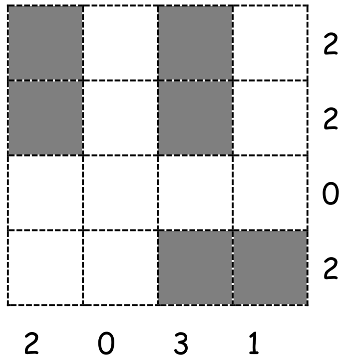
Origine : Franche-Comté

2. LA GRILLE DE MAX (I) (Cat. 3, 4)

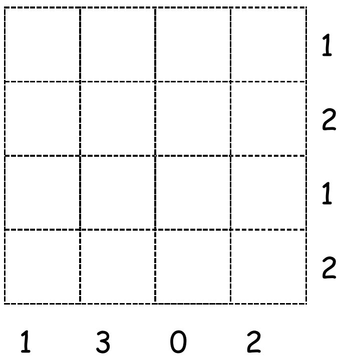
CLASSE : SR - __________

Dans la grille ici à droite, Max a rangé trois rectangles en respectant ces consignes :

- chaque rectangle occupe exactement deux cases de la grille,
- les rectangles ne se touchent pas entre eux,
- sur chaque ligne, le nombre de cases occupées par des rectangles est écrit à droite,
- sur chaque colonne, le nombre de cases occupées par des rectangles est écrit en bas.



Max a dessiné une nouvelle grille avec d'autres nombres à droite et en bas :



Dessinez les trois rectangles dans cette nouvelle grille de sorte que toutes les consignes soient respectées.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

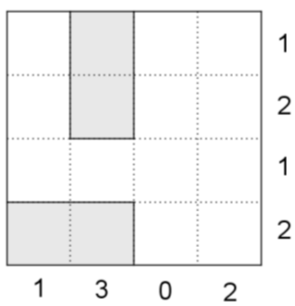
Placer, sur une grille carrée 4 × 4, trois rectangles 2 × 1, respectant des conditions relatives à leur disposition et au nombre de cases qu'ils occupent sur chaque ligne et chaque colonne.

Analyse de la tâche

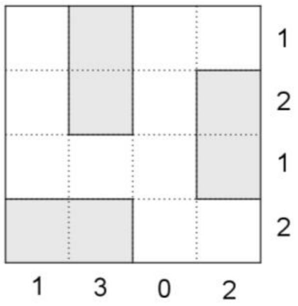
- Comprendre les données du problème : la forme de la grille, le nombre et les dimensions des rectangles.
- Comprendre qu'il faut placer dans le carré blanc les trois rectangles horizontalement ou verticalement sans les superposer en respectant la contrainte de n'avoir pas de points communs.
- Comprendre la signification des nombres écrits à la fin de chaque ligne et de chaque colonne : nombre des cases occupées dans chaque ligne et dans chaque colonne.
- Découper ou dessiner trois rectangles et les placer dans la grille de façon à ce qu'ils vérifient les conditions de l'énoncé.

Ou bien

- Procéder par essais organisés :
- dans la colonne "0" il n'y a pas de case occupée ; dans la colonne "3" il faut qu'il y ait un rectangle en vertical et un en horizontal ; le rectangle horizontal doit être sur la deuxième ou sur la quatrième ligne ; arriver par éliminations à placer deux rectangles :



- Procéder par élimination pour placer le troisième rectangle dans la quatrième colonne. On arrive à l’unique solution :



Niveaux : 3, 4

Origine : Lyon

3. DES TOURS TOUJOURS PLUS HAUTES (Cat. 3, 4) CLASSE : SR - __________

Luc a beaucoup de cubes. Il veut construire 6 tours en plaçant les cubes les uns sur les autres.

Pour construire la première tour, Luc utilise un seul cube.

Pour construire la deuxième tour, il utilise deux cubes.

Pour construire la troisième tour, il utilise le double du nombre de cubes qu'il a utilisés pour construire la deuxième.

Et il continue ainsi en doublant à chaque fois le nombre de cubes utilisés pour la tour précédente.

Combien de cubes Luc devra-t-il utiliser pour construire ses six tours ?

Montrez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Dans un contexte de construction de tours, calculer la somme des six premiers termes d'une suite géométrique de raison 2 et dont le premier terme est égal à 1.

Analyse de la tâche

- Savoir ce qu'est le double d'un nombre et comprendre que pour chaque nouvelle tour construite, on utilise le double du nombre de cubes utilisés pour la précédente.

Procédure s'appuyant sur un dessin :

- Dessiner ou schématiser les 6 tours, dénombrer ou calculer les cubes utilisés pour chaque tour et en faire la somme ou dénombrer tous les cubes un à un et obtenir 63.

Procédure numérique :

- Calculer le nombre de cubes utilisés pour chaque tour et en faire la somme : 1 + 2 + 4 + 8 + 16 + 32 = 63.

Niveaux : 3, 4

Origine : Rozzano

4. PUCE SAVANTE (Cat. 3, 4, 5) **CLASSE : SR -** __________

Une puce savante se déplace régulièrement sur son ruban de nombres.

La figure ci-dessous représente le début du ruban de nombres de la puce savante :

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18	19	20	21	…

La puce part de la case 0, fait un saut en avant de 9 cases (elle se retrouve donc sur la case 9) puis un saut en arrière de 5 cases (elle se trouve sur la case 4), puis elle fait à nouveau un saut en avant de 9 cases, puis un saut en arrière de 5 cases, et ainsi de suite.

Elle s'arrête de sauter lorsqu'elle a atteint ou dépassé la case 100.

Combien de sauts la puce a-t-elle fait pour atteindre ou dépasser la case 100 ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de séquences de deux opérations, une addition de 9 suivie d'une soustraction de 5, permettant d'atteindre 101 en partant de 0.

Analyse de la tâche

- Comprendre les règles de déplacement de la puce : un saut de 9 cases à partir de 0 lui permet d'atteindre la case 9, puis un saut de 5 cases en arrière la fait revenir à la case 4, puis au saut suivant la puce atteint la case 13, …
- Au moyen de manipulations et déplacements effectifs, dessiner le ruban jusqu'à 100 et y suivre les déplacements de la puce ou les marquer et compter les sauts.

Ou, par l'écriture de tous les nombres des cases successives sur lesquelles la puce est passée : 0 ; 9 ; 4 ; 13 ; 8 ; 17 ; 12 ; 21 ; 16 ; 25 ; … 80 ; 89 ; 84 ; 93 ; 88 ; 97 ; 92 ; 101 et par comptage, constater que 101 correspond au 24e saut de 9 en avant ou au 47e saut au total (23 sauts en arrière et 24 en avant).

Ou : par déductions et/ou des opérations arithmétiques à partir des nombres des premières cases, observer que les nombres de rang impair de la suite précédente 9 ; 13 ; 17 ; 21 ;… sont en progression de raison 4 à partir de 9 ou que les nombres de rang pair : 0 ; 4 ; 8 ; 12 ; 16 ;… sont les multiples de 4. On peut en déduire par exemple que les nombres 80, 84, 88, 92, 96, 100 seront les 20e, 21e, 22e, 23e, 24e et 25e multiples de 4, et que si on leur ajoute 9, on arrivera pour la première fois à 100 et plus (on arrive à 101) dès 92, qui est le 23e multiple de 4. En déduire que le saut suivant sera le 24e saut, de 9 en avant et le 47e saut au total (23 + 24 = 47).

Niveaux : 3, 4, 5

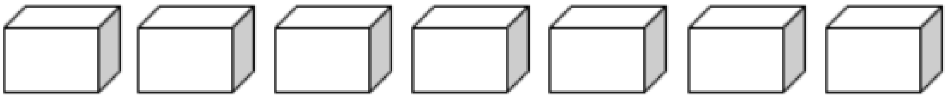
Origine : lg et fj

5. LES BILLES D'ARTHUR (Cat. 3, 4, 5, 6) **CLASSE : SR - __________**

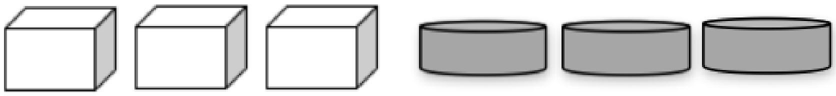
Arthur a l'habitude de ranger ses billes dans des boîtes de deux types différents :

Il met toujours le même nombre de billes dans chaque boîte blanche et le même nombre de billes dans chaque boîte noire.

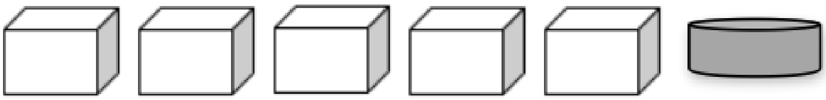
Lundi, Arthur montre ces boîtes blanches à Philippe et lui dit : « *Dans ces boîtes, il y a en tout 42 billes* ».



Mardi, Arthur montre ces autres boîtes à Philippe et lui dit : « *Dans ces boîtes, il y a en tout 30 billes* ».



Mercredi, Arthur montre encore d'autres boîtes à Philippe et lui demande : "*Dans ces boîtes, combien y a-t-il de billes au total ?* ".



Combien y a-t-il de billes en tout dans les boîtes d'Arthur mercredi ?

Explique z comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le nombre de billes contenues qans 5 boîtes cubiques et dans une boîte cylindrique, en sachant qu'il y en a 42 dans 7 boîtes cubiques et 30 dans 3 boîtes cubiques et 3 boîtes cylindriques (les boîtes d'un même type contiennent toutes le même nombre de billes).

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il y a 2 types de quantités qui correspondent aux 2 types de boites.
- Comprendre qu'il faut déterminer le nombre de billes pour chaque type de boites.

Utiliser une stratégie déductive :

- Déduire de l'information du lundi que chaque boîte cubique blanche contient 6 billes (a).
- Déduire de l'information du mardi et de (a) que chaque boîte noire contient 4 billes (b).
- Déduire de (a) et (b) le nombre de billes du mercredi (34 billes).

Ou : utiliser une stratégie par essais et ajustements, notamment pour trouver le nombre de billes dans chaque boîte noire.

Niveaux : 3, 4, 5, 6

Origine : Groupe Calcul et Proportionnalité (adaptation du problème *Le robot d'Arthur*, 20.II.2)

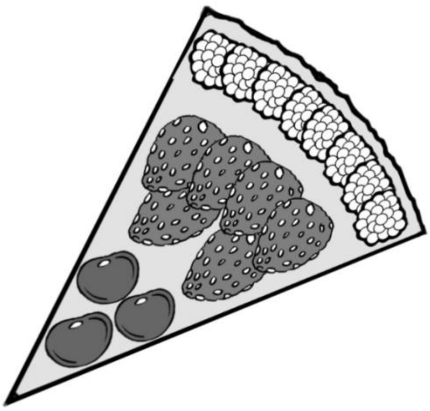
6. LA TARTE AUX FRUITS (Cat. 4, 5, 6, 7) **CLASSE : SR - __________**

Pauline a invité ses amis pour fêter son anniversaire.

Son papa a confectionné une excellente tarte aux fruits et, pour contenter tout le monde, il l'a découpée en parts de mêmes dimensions et avec le même nombre de fruits sur chaque part de tarte.

La fête est finie, Pauline constate qu'il reste une seule part de tarte. Sur cette part elle compte 17 fruits et elle s'exclame: « *Tu as vraiment utilisé beaucoup de fruits pour faire la tarte, papa !* »

Ce dessin représente la part de tarte posée sur la table, vue du dessus :



Combien de fruits le papa de Pauline a-t-il utilisés en tout pour décorer la tarte entière ?

Montrez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer le nombre de secteurs circulaires superposables en lesquels un disque a été partagé, à partir du dessin d'un des secteurs (dont l'angle mesure 40°), pour trouver le nombre total d'objets disposés sur le disque, sachant que sur chaque secteur il y en a 17.

Analyse de la tâche

- Se représenter la tarte et comprendre qu'elle a été partagée en parts égales, de la même forme, de mêmes dimensions, avec le même nombre de fruits. Comprendre que les parts étant l'une à côté de l'autre, deux parts voisines ont un « côté » en commun.
- Comprendre que pour trouver le nombre total de fruits utilisés, il faut reconstituer la tarte entière, de manière à connaître le nombre de parts en lesquelles la tarte a été découpée.

Pour reconstruire la tarte, on peut procéder de différentes manières.

- Découper une part égale à celle qui est dessinée (à partir d'une autre copie de l'énoncé ou en utilisant une feuille de papier calque), la poser à côté de la part donnée, en marquer le contour et continuer de même à reporter cette part sur le dessin de proche en proche, jusqu'à compléter toute la tarte. Compter le nombre des parts ainsi dessinées (9).

Ou bien, à partir du dessin d'une part, dessiner une autre part égale en pliant la feuille le long d'un côté de la première part et en traçant l'autre côté par transparence et continuer ainsi de suite.

Ou bien, tracer un cercle ayant pour centre la « pointe » de la part de tarte et pour rayon le « côté » de cette part, reporter l'arc ou la corde ou l'angle au centre, compter le nombre d'arcs, de cordes ou de secteurs angulaires.

Ou bien, mesurer au rapporteur l'angle de la part de tarte (40 °) et déterminer le nombre de parts en calculant 360 : 40 = 9.

Il est aussi possible de dessiner les parts de tarte « à l'oeil », mais cette procédure a peu de chances de donner le nombre exact de parts.

- Multiplier le nombre de fruits d'une part par le nombre de parts : 17 × 9 = 153.

Niveaux : 4, 5, 6, 7

Origine : Bourg-en-Bresse (cf. aussi 09.I.06, *Tarte Tatin*)

7. CORBEILLES DE FRUITS (I) (CAT. 5, 6, 7) CLASSE : SR - __________

Inès a récolté dans son verger 60 fruits : des pommes et des poires. Pour les ranger dans le garde-manger, elle les a mis dans deux corbeilles contenant chacune le même nombre de fruits.

Dans chaque corbeille elle a mis des pommes et des poires.

Aldo, son mari, lui demande combien de poires elle a récoltées et Inès lui répond :

« *Je me rappelle seulement deux choses : les 2/3 des fruits que j'ai mis dans la première corbeille sont des poires ; les 2/5 des fruits que j'ai mis dans la seconde corbeille sont des pommes* ».

Aldo fait les comptes et trouve le nombre total de poires qu'Inès a récoltées.

Quel est ce nombre ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Un ensemble de 60 objets de deux types est partagé en deux parties égales. Connaissant la fraction des objets d'un type dans une des moitié et celle des objets de l'autre type dans l'autre moitié, il faut déterminer le nombre total d'objets d'un type.

Analyse de la tâche

- Se représenter les 60 fruits répartis en deux corbeilles de 30 fruits chacune avec des poires et des pommes dont on ne connaît pas encore la répartition.
- Comprendre ensuite que la répartition interne de chaque corbeille est donnée : dans la première on pourra calculer le nombre de poires puis en déduire le nombre de pommes comme complément à 30 ; dans la seconde on pourra calculer le nombre de pommes puis en déduire le nombre de poires comme complément à 30.
- Passer aux calculs pour chaque corbeille : pour la première corbeille trouver un tiers de 30, 10 puis le double, 20 pour les poires, en déduire qu'il reste 10 pommes ; pour la seconde corbeille trouver un cinquième de 30, 6 puis le double, 12 pour les pommes, en déduire qu'il reste 18 poires.
- Additionner les poires des deux corbeilles 20 + 18 = 38 pour répondre à la question.

Ou, desssiner les 30 fruits de chaque corbeille, les distinguer (par des couleurs par exemple) après en avoir calculé le tiers et le cinquième et finalementcompter les poires.

Ou bien, par l'artithmétique, calculer la moitié de 60 (30) et calculer $(2/3) \times 30$ pour obtenir le nombre de poires (20) dans la première corbeille et $(3/5) \times 30$ pour le nombre de poires (18) dans la seconde corbeille (ou calculer $(2/5) \times 30 = 12$ pour le nombre de pommes et le soustraire de 30). Conclure que le nombre total de poires est 38.

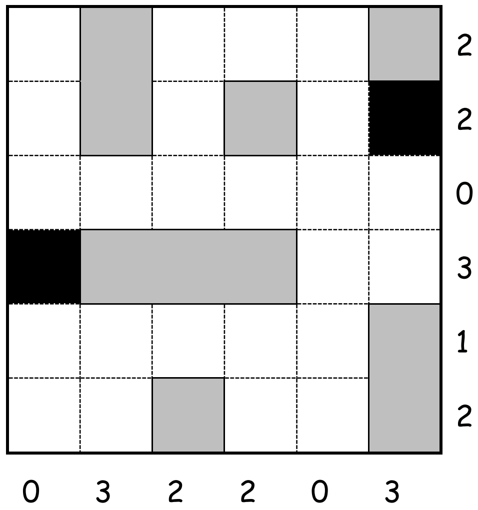
Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Siena

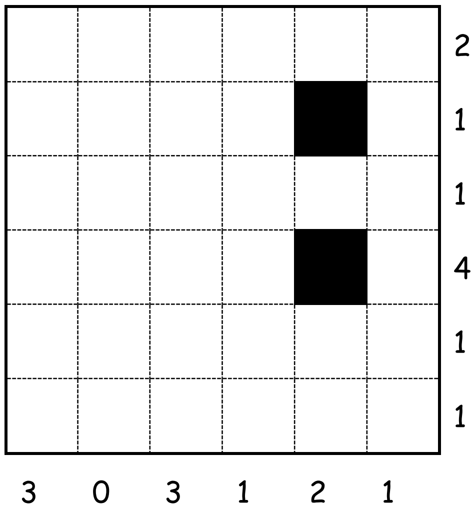
8. LA GRILLE DE MAX (II) (Cat. 5, 6, 7) **CLASSE : SR - __________**

La grille ici à droite contient deux cases noires. Max y a placé six cartons : un rectangle de trois carrés, deux rectangles de deux carrés et trois cartons d'un carré chacun, en respectant ces consignes :

- aucun carton ne recouvre les cases noires de la grille,
- aucun carton ne touche un autre carton,
- dans chaque ligne, le nombre de cases occupées par des cartons est écrit à droite,
- dans chaque colonne, le nombre de cases occupées par des cartons est écrit en bas.



Max a dessiné une nouvelle grille avec d'autres cases noires et d'autres nombres à droite et en bas



Placez les six cartons dans cette nouvelle grille en respectant toutes les consignes.

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

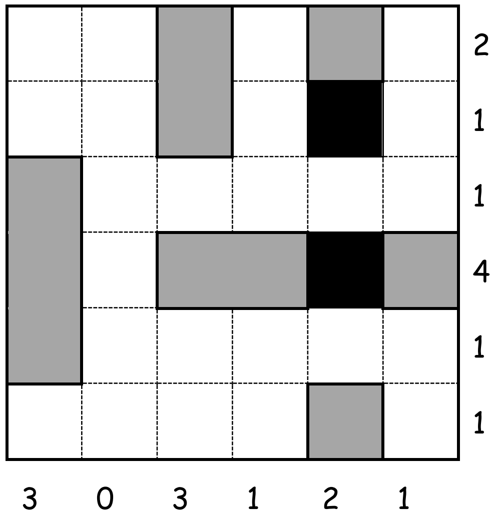
Dans une grille carrée de 6×6, placer six rectangles de différentes dimensions (un de 3×1, deux de 2×1 et trois de 1×1), en respectant des conditions sur leurs positions et sur le nombre des cases occupées dans chaque ligne et chaque colonne.

Analyse de la tâche

- Comprendre les données du problème : les trois types de cartons, leurs nombres, leurs formes, leurs dispositions (les rectangles peuvent être dessinés horizontalement ou verticalement).
- Comprendre que chaque carton ne doit toucher aucun autre carton ni recouvrir une case noire.
- Comprendre la signification des nombres écrits au bout des lignes et des colonnes : nombres de cases occupées par des cartons dans chaque ligne et chaque colonne.
- Procéder par essais et ajustements : les élèves peuvent manipuler des rectangles découpés ou dessinés et essayer de les placer sur la grille de sorte que les conditions de l'énoncé soient vérifiées.

Ou bien, procéder par essais organisés. Cela peut être fait de différentes manières, par exemple :

- Commencer avec la position du rectangle (3 × 1), observer qu'il ne peut pas être placé sur une ligne (à cause de la colonne avec 0 cases occupées) et qu'il ne peut pas non plus être disposé sur la troisième colonne (cela empêcherait d'avoir 4 cases occupées sur la quatrième ligne). Par conséquent il doit être placé dans la première colonne.
- Compléter la quatrième ligne avec un rectangle 2 × 1 et un carré.
- Procéder ensuite par essais et par exclusion pour placer les autres rectangles en travaillant d'abord sur les lignes et les colonnes avec le nombre le plus grand de cases occupées. (Une stratégie experte, non accessible à ces niveaux, se base sur une démarche hypothético-déductive qui considérerait les trois cas possibles de placement du rectangle 3 × 1 pour conclure que seulement un permet de respecter toutes les contraintes).
- Arriver à la solution unique :



Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Lyon

9. L'ÉQUIPE DE VOLLEY (Cat. 5, 6, 7, 8) **CLASSE : SR - __________**

Sept joueurs vont disputer une partie de volley-ball. Leurs maillots ont des numéros tous différents.

La somme des nombres inscrits sur tous les maillots de l'équipe est inférieure à 55.

Le capitaine de l'équipe a le maillot numéro 5.

Les maillots des six autres joueurs portent des nombres qui sont des diviseurs de 36, et seulement deux de ces nombres sont impairs.

Ces six nombres peuvent être répartis en trois couples : dans chacun d'eux, un nombre est le double de l'autre.

Quels peuvent être les numéros inscrits sur les maillots des sept joueurs ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Déterminer six diviseurs de 36 tous différents, dont deux sont impairs et dont la somme est inférieure à 50, et tels qu'ils forment trois couples de nombres dont l'un est le double de l'autre.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut trouver six nombres différents de 5 et différents entre eux, dont la somme est inférieure à 50. (après avoir déduit de la somme totale 55 le seul nombre connu 5).
- Faire la liste de tous les diviseurs de 36 : 1, 2, 3, 4, 6, 9, 12, 18, 36 et identifier les couples de nombres où l'un est le double de l'autre : (1, 2) ; (2, 4) ; (3, 6) ; (6, 12) ; (9, 18) ; (18, 36).
- Comprendre que le coupe (18, 36) est à écarter, puisque la somme de ses nombres est 54, elle dépasse donc à elle seule la limite 50 qui est supérieure à la somme des six nombres.
- Identifier parmi les cinq couples restant les groupes de trois couples, dont les nombres sont tous différents entre eux :
  (1, 2) ; (3, 6) ; (9, 18) - (1, 2) ; (6, 12) ; (9, 18) - (2, 4) ; (3, 6) ; (9, 18).
- Dans les trois cas, la somme des six nombres est inférieure à 50 (39 pour le premier groupe, 48 pour le second et 42 pour le troisième), mais il ne doit y avoir que deux nombres impairs, on en déduit donc qu'il ne reste que les deux groupes possibles : (1, 2) ; (6, 12) ; (9, 18) - (2, 4) ; (3, 6) ; (9, 18).
- Conclure que les numéros qui peuvent figurer sur les maillots des sept joueurs sont :
  1, 2, 5, 6, 9, 12, 18 et 2, 3, 4, 5, 6, 9, 18.

Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Parma

10. CONCOURS DE PÊCHE (Cat. 5, 6, 7, 8) **CLASSE : SR - __________**

Ahmed, Catherine et Bilel participent à un concours de pêche. À la fin, ils constatent que :

- Bilel a pêché 7 truites de plus qu'Ahmed,
- Catherine a pêché le double des truites pêchées par Bilel, c'est aussi le triple de celles pêchées par Ahmed.

Combien chacun des trois amis a-t-il pêché de truites ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver trois nombres entiers, sachant que le second est supérieur au premier de 7 unités, et que le troisième est à la fois le double du second et le triple du premier.

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'Ahmed a pêché moins de truites que Bilel et Catherine, que Bilel en a pris 7 de plus qu'Ahmed et Catherine le triple.
- Comprendre, en s'aidant éventuellement d'une représentation graphique, que le nombre de truites pêchées par Catherine étant « le double du nombre de truites pêchées par Bilel », s'exprime aussi comme « le double du nombre de truites pêchées par Ahmed plus 14 ».
- Comprendre que le nombre de truites pêchées par Catherine est aussi « le triple des truites pêchées par Ahmed ».
- Comparer les deux expressions du nombre de truites pêchées par Catherine : $3A = 2A + 14$, et en déduire que le nombre des truites pêchées par Ahmed est 14, puis que Bilel en a pêché $14 + 7 = 21$ et Catherine $3 \times 14 = 42$.

Ou bien, après avoir compris les relations entre les nombres de truites pêchées, procéder par essais, éventuellement à l'aide d'un tableau. Par exemple :

Truites pêchées par Ahmed A	Truites pêchées par Bilel B = A + 7	Truites pêchées par Catherine C = 3A = 2B
5	12	$15 \neq 24$
10	17	$30 \neq 34$
…	**…**	**…**
14	**21**	**42 = 42**

Ou bien, considérer les multiples de 3 et ceux de 2, et chercher ceux dont la différence est 14.
Ou bien, désigner par x le nombre de truites pêchées par Ahmed, établir et résoudre l'équation $2(x + 7) = 3x$.

- Trouver dans chaque cas que Ahmed a pêché 14 truites, que Bilel en a pris 21 et Catherine 42.

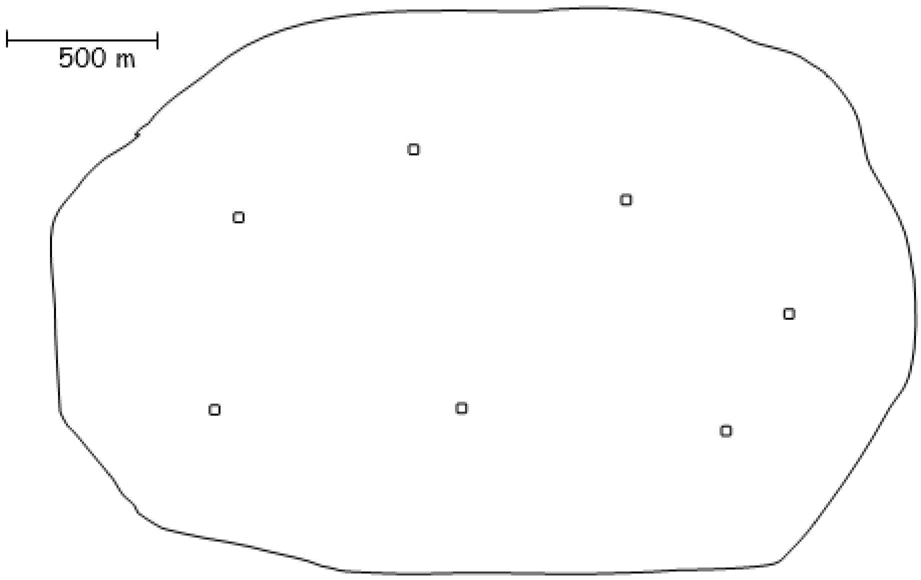
Niveaux : 5, 6, 7, 8

Origine : Siena

11. LA PORCHERIE (Cat 6, 7, 8)

CLASSE : SR - __________

Voici un plan d'un petit village de Transalpie. Le contour représente la limite du territoire du village et les petits carrés représentent les 7 fermes qui s'y trouvent. Le trait à gauche précise l'échelle du plan.



Les habitants du village ont décidé de construire une porcherie sur leur territoire. Mais, comme un élevage de cochons répand une odeur fortement désagréable, cette porcherie doit être construite à plus de 500 m de chaque ferme.

Coloriez sur ce plan tous les endroits où la porcherie pourrait être construite.

Expliquez comment vous avez fait pour les trouver.

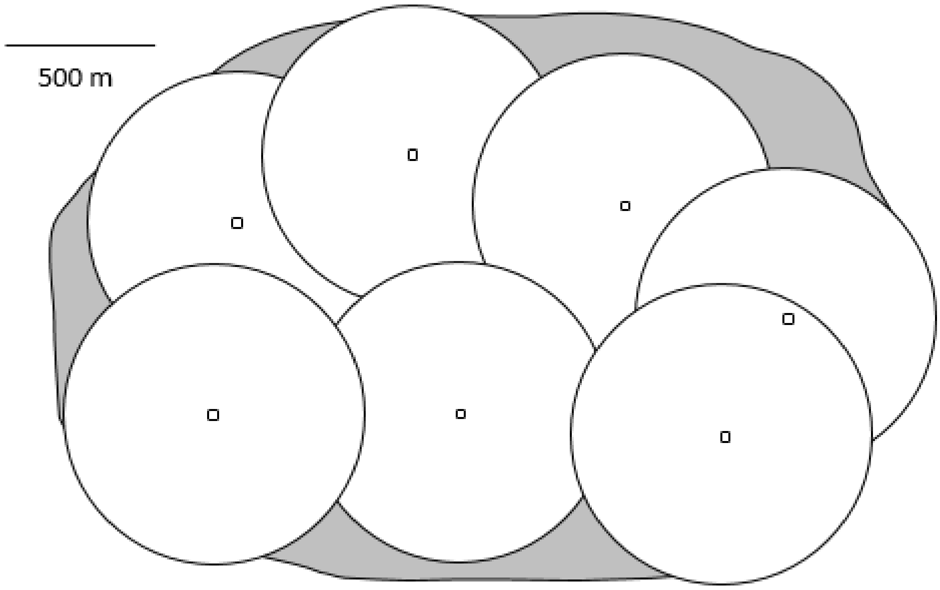
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

À partir du dessin d'une ligne fermée avec 7 points à l'intérieur et à partir d'une longueur donnée, déterminer l'ensemble des points internes qui sont à une distance de chacun des 7 points supérieure à la longueur donnée.

Analyse de la tâche

- Comprendre que la porcherie doit être à plus de 500 m de chacune des fermes.
- Comprendre que sur le plan, la distance de la porcherie aux fermes doit être représentée par des segments plus grands que le segment donné.
- Comprendre qu'il faut colorier la partie du territoire de la commune dont les points sont situés à une plus grande distance de toutes les fermes que la longueur du segment donné.
- Procéder par essais avec la règle en trouvant des points à l'intérieur de la surface donnée qui ont une distance aux points donnés supérieure à la longueur donnée; se rendre compte qu'il est difficile de trouver ainsi tous le points qui vérifient la condition donnée.
- Se rappeler, alors, que la distance du centre d'un cercle aux points de la circonférence est la même pour tous, égale au rayon du cercle.
- En déduire que la distance du centre d'un cercle aux points situés à l'extérieur est plus grande que le rayon de ce cercle, alors que la distance du centre à ceux qui sont à l'intérieur est inférieure au rayon.
- Tracer les 7 cercles de rayon donné par le segment, centrés sur les 7 maisons.
- Colorier les parties du territoire de la commune qui sont à l'extérieur de tous ces cercles. Cela donne le dessin suivant, composé de 4 zones.
- Décrire la procédure utilisée.

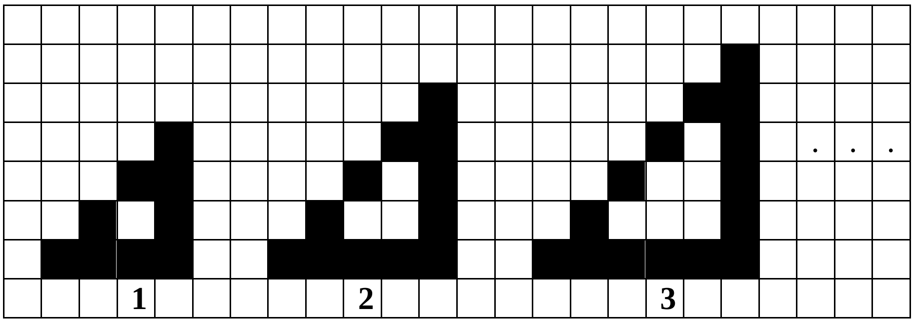


Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Franche-Comté

12. ESCALIERS (Cat. 7, 8) CLASSE : SR - __________

Voici les trois premiers dessins d'une suite de figures. Elles sont formées de carrés noirs disposés de façon à former des « escaliers » qui grandissent régulièrement d'une figure à la suivante.



Dans cette suite, quel sera le numéro attribué à la figure constituée de 210 carrés noirs ?

Expliquez comment avez vous trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Trouver le rang du terme 210 dans la progression arithmétique de premier terme 9 et de raison 3 : 9, 12, 15,… Les trois premiers termes sont définis par le nombre de carrés noirs figurant dans une succession de trois figures formant des "escaliers".

Analyse de la tâche

- Observer les figures et compter les carrés noirs : 9, 12, 15.
- Remarquer que d'une figure à l'autre, on ajoute 3 carrés noirs et dessiner une quatrième figure (ou plus) pour le vérifier : 9, 12, 15, 18.
- Écrire la suite des nombres de carrés noirs par escalier (progression arithmétique de raison 3) : 9, 12, 15, 18, 21, 24, … et constater qu'il s'agit des multiples de 3, sauf 3 et 6. Calculer 210 – 9 = 201, puis 201/3 = 67 et 67 + 1 = 68.
- Poursuivre l'écriture jusqu'à 210 et compter les termes de la suite : de 1 à 68, ou calculer le nombre des multiples de 3 jusqu'à 210 : 210 / 3 = 70, ne pas compter le 3 et le 6, trouver ainsi 68 termes pour la suite, ou faire des "sauts" de 30 par exemple : 9, 39, 69, …189, ou des sauts de 30 à partir de 30 : 30, 60, … 210 et compter les sauts.

Ou bien, noter n le numéro d'une figure et associer à n le nombre de carrés noirs de la figure de rang n. Constater que ce nombre s'écrit $9 + 3(n–1)$, soit $3n + 6$, et calculer le rang correspondant à 210 carrés noirs en résolvant l'équation $3n + 6 = 210$. Obtenir $n = 68$.

Ou bien, observer que si n est le numéro d'une figure, il y a $n + 3$ carrés noirs sur le côté horizontal de cette figure et $n + 2$ sur le côté vertical et enfin $n + 1$ sur le côté oblique, soit entout $3n + 6$. En déduire que $n = 68$ en calculant $(210 - 6) / 3$.

Ou bien, utiliser une autre procédure algébrique conduisant à la même formule : si n est le numéro d'une figure de la suite, on peut observer que cette figure a un nombre de carrés noirs égal à $2 (n + 3) + n$, ce qui donne $3n + 6$ et en résolvant l'équation $3n + 6 = 210$ on obtient $n = 68$.

Niveaux : 7, 8

Origine : Siena

13. CORBEILLES DE FRUITS (II) (Cat. 8) CLASSE : SR - __________

Inès a récolté ses fruits, des poires et des pommes, et les a mélangés pour les répartir dans deux corbeilles. Elle observe que :

- les deux corbeilles contiennent le même nombre de fruits ;
- la moitié des fruits contenus dans la première corbeille sont des poires ;
- le tiers des fruits contenus dans la seconde corbeille sont des poires.
- Au total il y a 60 poires.

Combien de pommes Inès a-t-elle récoltées ?

Expliquez votre raisonnement.

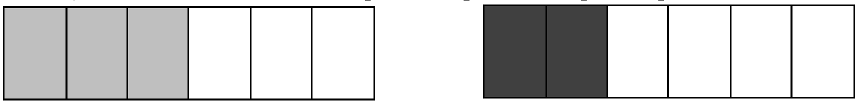
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

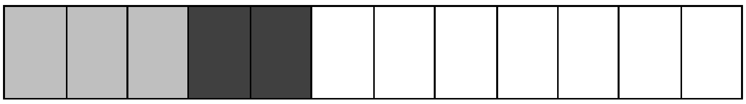
Calculer la somme de la moitié et des deux tiers d'un nombre sachant que la somme de la moitié et du tiers de ce nombre est égale à 60.

Analyse de la tâche

- S'approprier la situation : il y a deux corbeilles contenant un même nombre de fruits (des pommes et des poires), et comprendre que dans la première corbeille, la moitié des fruits sont des poires et que dans la seconde corbeille, le tiers des fruits sont des poires.
- Comprendre qu'il y a 60 poires en tout, mais que ni le nombre de pommes ni le nombre total de fruits ne sont connus.
- Procéder graphiquement : par exemple, représenter les deux corbeilles par deux rectangles égaux partagés en parts qui permettent de prendre la moitié dans l'un et un tiers dans l'autre. Il faut alors diviser les rectangles en six parties (plus petit commun multiple de 2 et 3) et mettre en évidence les parties représentées par les poires dans les deux corbeilles :



- Observer que les parties colorées, qui représentent les poires dans les deux corbeilles, forment 5 parties sur 12 de l'ensemble des deux corbeilles. En déduire que les 60 poires correspondent au 5/12e de l'ensemble des fruits :



- Calculer combien de fruits correspondent à 1/12e : 60 / 5 = 12, ce qui donne en tout 12 × 12 = 144 fruits, de sorte qu'il y a 84 pommes (144 – 60).
- Ou du fait que les poires forment les 5/12e des fruits du panier, en déduire que les pommes forment le reste, 7/12e, c'est-à-dire 84 (12 × 7).

Ou bien, par essais, considérer un nombre entier de poires plus petit que 60 dans la première corbeille, par exemple 20. Constater que ce nombre ne convient pas, parce que 40 fruits dans la première et 120 dans la seconde serait contraire à la première information « les deux corbeilles contiennent le même nombre de fruits ». Obtenir finalement qu'avec 36 poires et 36 pommes dans la première corbeille, 24 poires et 48 pommes dans la seconde corbeille, on obtient un total de 36 + 48 = 84 pommes.

Ou bien, comprendre que les deux fractions 1/2 et 1/3 font référence au même nombre de fruits, exactement la moitié de l'ensemble des fruits. Dans la première corbeille, il y a la moitié de poires, ce qui correspond au quart du total, dans la seconde corbeille, il y a un tiers de poires, ce qui correspond au sixième du total. Donc, les 60 poires correspondent à 1/4 + 1/6 des fruits, c'est-à-dire les 5/12e et les pommes correspondent aux 7/12e de 60 × 12/5 = 84. Inès a donc récolté 84 pommes.

Ou bien, en tenant compte des indications : chercher un nombre divisible par 2 et par 3 plus grand que 60 et tel que sa moitié plus son tiers soit égal à 60. Parmi les multiples de 6 on trouve vite 72 comme nombre de fruits pour chaque panier. On en tire ensuite qu'il y a 36 les pommes dans le premier panier , alors que dans le deuxième il y en a 48, les deux tiers de 72, ce qui donne au total 84.

- Algébriquement, on peut arriver au même résultat en établissant une équation de premier degré du type : $1/2x + 1/3x = 60$, d'où l'on tire que $x = 72$, nombre de fruits pour chaque panier, le nombre de pommes est donc : (72:2) + (2/3) × 72 = 84.

Niveaux : 8

Origine : Siena

14. LA PÂTE À TARTINER (Cat. 8) **CLASSE : SR -** __________

Jean aime beaucoup la pâte à tartiner aux noisettes *Noisella* et en achète régulièrement. La pâte *Noisella* est habituellement vendue en pots de 800 grammes à 4,50 euro le pot.

Aujourd'hui Jean a reçu trois publicités qui font des offres spéciales pour la pâte *Noisella*.

La première publicité déclare que dans le magasin A, les pots de pâte Noisella de 800 grammes sont vendus avec une réduction de 30 %.

La deuxième publicité annonce que dans le magasin B, la pâte à tartiner est vendue dans des pots plus grands qui contiennent 30 % de produit en plus que ceux qui sont vendus d'habitude, mais qui valent encore 4,50 euro.

La troisième publicité indique que dans le magasin C, un pot de 800 grammes coûte 4,50 euro mais que pour l'achat de 3 pots, chacun de 800 grammes, un quatrième pot est offert gratuitement.

Quel magasin Jean devrait-il choisir pour acheter la pâte *Noisella* la plus avantageuse ?

Expliquez comment vous avez trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Sur trois offres, déterminer la plus avantageuse pour l'achat d'un produit : un rabais de 30% du prix, une augmentation de 30% de la quantité du produit et une offre « 4 pour 3 ».

Analyse de la tâche

- Comprendre qu'il faut comparer les prix de la même quantité de pâte à tartiner, en tenant compte des différentes offres.
- Comprendre que dans le magasin A, le rabais est effectué sur le prix initial de 800 g de pâte. Le prix du pot est alors : $4,50 \times 0,7 = 3,15$ euro.

Ou bien, en calculant d'abord les 30 % de 4,50 [$(4,50 : 100) \times 30 = 1,35$], obtenir le prix en promotion de 800 g de pâte : $4,50 - 1,35 = 3,15$ euro.

- Comprendre que dans le magasin B, le prix initial reste inchangé et que pour le même prix le poids de pâte est supérieur de 30%, donc calculer le poids de pâte en plus : $800 \times 1,3 = 1040$ g de pâte.

Ou bien, en calculant d'abord les 30 % de 800, [$(800 : 100) \times 30 = 240$], obtenir le poids de pâte vendu 4,50 euro : $800 + 240 = 1040$ g. Puis calculer le prix de 800 grammes de pâte : $4,50 \times 800/1040 \approx 3,46$ euro.

- Comprendre que dans le magasin C, 4 pots de 800 g sont vendus au prix de 3 pots, donc : $3 \times 4,50 = 13,50$ euro. Le prix d'un pot de 800 g est alors : $13,50/4 = 3,375$ euro.
- En déduire que l'offre la plus avantageuse est celle du magasin A : 3,15 euro pour 800 g de pâte.

Ou bien, calculer le prix d'un kilogramme de pâte à tartiner pour chacune des offres et comparer.

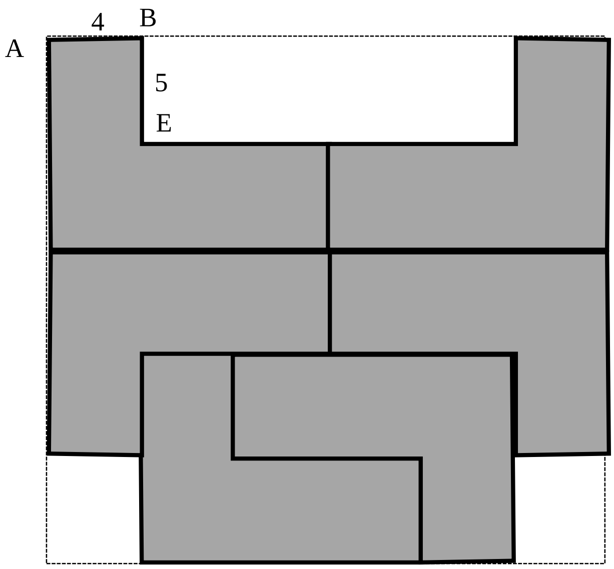
Niveaux : 8

Origine : Franche-Comté

15. UN RECTANGLE EN MORCEAUX (Cat. 8) CLASSE : SR - __________

Anna a disposé six pièces identiques en forme de L qui recouvrent presque entièrement un rectangle (voir la figure sur laquelle les pièces sont en gris et la partie du rectangle non recouverte en blanc).

Pour chaque pièce, les deux petits côtés désignés par AB et BE sur la pièce du haut à gauche, mesurent respectivement 4 cm et 5 cm.



Quelles sont les dimensions du rectangle ?

Quelle est l'aire de la partie du rectangle non utilisée par Anna ?

Expliquez comment avez vous trouvé votre réponse.

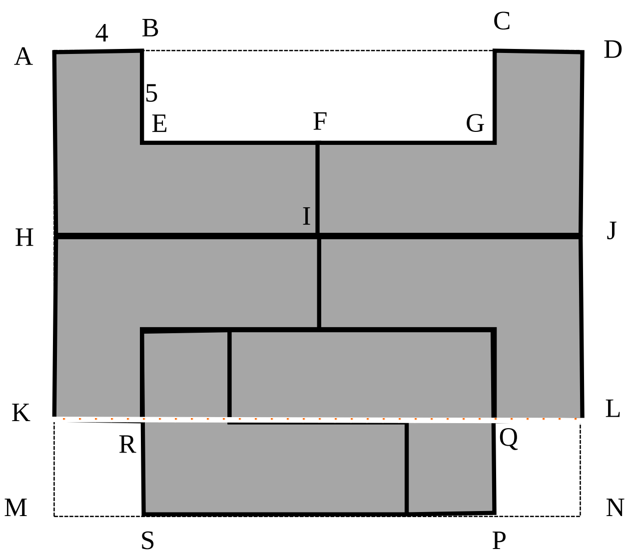
ANALYSE A PRIORI

Tâche mathématique

Sur un rectangle sont posées six pièces identiques en forme de L dont deux dimensions sont données. Déterminer les dimensions et l'aire de la partie du rectangle non recouverte.

Analyse de la tâche

- Comprendre de l'observation ou par un découpage analogue à celui de la figure, que le côté FI doit mesurer 5 cm, sinon on ne pourrait pas disposer ainsi les 6 pièces du rectangle comme sur le dessin.



- Observer qu'on peut trouver la longueur AM du côté vertical de ce rectangle : en regardant les deux pièces en forme de L juxtaposés en bas de la figure, on constate que FI = 5 cm, d'où AH = 10 cm et on en déduit que ce côté mesure : 10 + 10 + 5 = 25 cm.
- Se rendre compte que sur le côté horizontal [AD], seulement les deux longueurs de 4 cm sont connues. La longueur EF reste inconnue. Notons *l* cette mesure en cm.
- Observer qu'on peut exprimer cette mesure de deux manières différentes : d'une part en haut, AD se décompose en deux longueurs de 4 cm et deux longueurs EF, d'où une mesure de $4 + l + l + 4$; d'autre part en bas, KL se décompose en quatre longueurs de 4 cm et une longueur égale à EF, d'où une mesure de $4 + 4 + l + 4 + 4$.
- Les deux expressions sont égales et on trouve que $l = 8$ cm. Ainsi le côté horizontal mesure 24 cm.

Ou bien,

- Essayer de dessiner des pièces plus grandes de formes identiques et s'apercevoir qu'il y a une seule possibilité car les longueurs de [AB] et de [EB] sont fixées : la longueur *l* doit être le double de la longueur du côté AB.
- Pour trouver l'aire de la partie du rectangle non recouverte par les six pièces, considérer qu'elle est la somme des aires du rectangle BCGE et des deux rectangles blancs KMSR et LNPQ : d'après les longueurs trouvées, cela donne $5 \times 16 + 2 \times 5 \times 4$ cm^2 , soit 120 cm^2.

Ou bien,

- observer qu'elle correspond à la différence entre l'aire du rectangle entier : $24 \times 25 = 600$ cm^2 et l'aire des six pièces. L'aire de chaque pièce mesure : $(4 \times 5) + (5 \times 12) = 80$ cm^2. Les six pièces ont donc une aire de $80 \times 6 = 480$ cm^2. L'aire de la partie blanche mesure donc : $600 – 480 = 120$ cm^2.

Niveaux : 8

Origine : Aosta