Problèmes		Catégories								Thèmes					Origine
1.	Les bougies d'anniversaire	3	4							Ar					SI
2.	Le dernier debout	3	4							Ar			Lo		8°RMT
3.	Le jeu d'Yvan	3	4									Géo			GE, RZ
4.	Tournoi de basket	3	4										Lo		GE
5.	Collection de motos	3	4	5						Ar					LU
6.	Qu'il fait bon lire		4	5						Ar					TI
7	Le numéro de téléphone de Louise			5	6					Ar					CA
8.	Le jeu des 24 questions			5	6					Ar					MI
9.	Coupons les carrés en quatre			5	6	7						Géo			BB
10.	Mousse au chocolat			5	6	7				Ar					gp
11.	Ornement grec			5	6	7						Géo			BB
12.	Pinocchio le fameux menteur				6	7	8			Ar			Lo	Co	AO
13.	Une année particulière				6	7	8			Ar			Lo		BB
14.	À midi					7	8	9	10	Ar					TI
15.	Une spirale particulière					7	8	9	10	Ar		Géo			SI
16.	Jumeaux chanceux						8	9	10	Ar	Alg		Lo	Co	SI
17.	Les plaques magnétiques						8	9	10	Ar		Géo			13e RMT
18.	La table de divisions						8	9	10	Ar					fj
19.	Partage d'un carré							9	10		Alg	Géo			fj
20.	Journée de pluie							9	10	Ar	Alg				AO

1. LES BOUGIES D'ANNIVERSAIRE (Cat. 3, 4)

Constance aura trois ans demain et sa maman a acheté des bougies pour son gâteau d'anniversaire. Elle a acheté une boîte de 24 bougies, qu'elle pourra aussi utiliser pour les prochains anniversaires de Constance et aussi de sa petite sœur Sophie, qui n'a maintenant que neuf mois. Sur les gâteaux d'anniversaire, la maman met toujours des bougies neuves.

Pour combien d'anniversaires de Constance et combien d'anniversaires de Sophie les bougies que maman a achetées suffiront-elles ?

Expliquez comment vous avec trouvé votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, soustraction

Analyse de la tâche

- Comprendre que l'anniversaire de Sophie arrivera 3 mois après celui de Constance et qu'il faudra chaque année commencer par prendre en compte celui de Constance avant celui de Sophie.
- Trouver qu'il faudra 4 bougies (3 + 1) pour les deux prochains anniversaires de Constance et Sophie, puis 6 (4 + 2), pour les suivants, puis 8 (5 + 3) et qu'il y aura 18 (4 + 6 + 8) bougies utilisées après les 5 ans de Constance et les 3 ans de Sophie.
- Conclure que, pour le sixième anniversaire de Constance, il faudra 6 bougies et qu'on aura alors épuisé les 24 bougies de la boîte (24 – 18 = 6). Donc, avec ces 24 bougies, on pourra fêter 4 anniversaires de Constance et 3 anniversaires de Sophie.

Ou : partir du nombre total de bougies et soustraire successivement celles qui sont utilisées à chaque anniversaire.

Ou : faire un dessin ou un schéma de toutes les bougies utilisées progressivement.

2. LE DERNIER DEBOUT (Cat. 3, 4)

12 enfants sont debout et forment un cercle pour jouer au jeu « Le dernier debout ».

Le premier joueur commence en disant « un », le deuxième joueur qui est à sa droite, dit « deux », le troisième joueur, à droite du deuxième, dit « trois » ; et ainsi de suite.

Dès qu'un joueur dit un nombre pair, il est éliminé et doit s'asseoir. Les joueurs qui ont toujours dit des nombres impairs restent debout et continuent à compter chacun à leur tour.

Le gagnant est celui qui reste le dernier debout et qui dit le dernier nombre impair, après que tous les autres joueurs ont été éliminés.

Qui sera le gagnant (le 1er, le 2e, le 3e, … , le 12e joueur) ?

Quel est le dernier nombre que dira le gagnant ?

Montrez comment vous avez fait pour trouver.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : numération, nombres pairs et impairs

Analyse de la tâche

- Imaginer les premiers nombres, les premiers joueurs éliminés et les joueurs qui restent debout et se rendre compte que c'est très facile jusqu'à 12, mais qu'il faudra examiner plus précisément ce qui se passe après 12. Il y a alors plusieurs possibilités :
- Jouer effectivement le jeu, si on trouve 12 personnages, ce qui n'empêche pas que, au moment de « montrer » ce qui a été fait pour trouver les réponses, il faudra en donner une trace écrite.

Ou écrire une description chronologique du genre : 1 reste debout ; 2 est éliminé ; 3 reste debout, … ; 11 reste debout ; 12 est éliminé ; celui qui avait dit 1 (qui était resté debout) dit 13 ; celui qui avait dit 2 étant éliminé, c'est celui qui avait dit 3 qui dit 14 et qui est éliminé … Constater que ce type de description devient de plus en plus difficile à contrôler, tour après tour.

Ou envisager de numéroter les 12 enfants puis de les prendre dans l'ordre d'élimination. Par exemple : *les six enfant 2, 4, 6, 8, 10 et 12 sont éliminés au premier tour, il en reste six qui continuent : 1, 3, 5, 7, 9 et 11. Au deuxième tour : 1 dit 13 et reste, 3 dit 14 et est éliminé, 5 dit 15 et reste, 7 dit 16 et est éliminé, 9 dit 17 et reste, 11 dit 18 et est éliminé. Il reste trois enfants : 1, 5 et 9. Au troisième tour : 1 dit 19 et reste, 5 dit 20 et est éliminé, 9 dit 21 et reste. Il reste deux enfants, 1 et 9. Au quatrième tour : 1 dit 22 et est éliminé, 9 dit 23 reste seul. C'est lui le gagnant.* (Ce raisonnement peut éventuellement être accompagné d'une représentation en tableau.)

Ou utiliser un schéma ou disposer les emplacements des joueurs (1, 2, 3, 4 … 12) en cercle, écrire à côté de ces emplacements les nombres qui correspondent, un à un, les biffer lorsqu'ils sont pairs pour aboutir à 23 sur l'emplacement du 9e joueur.

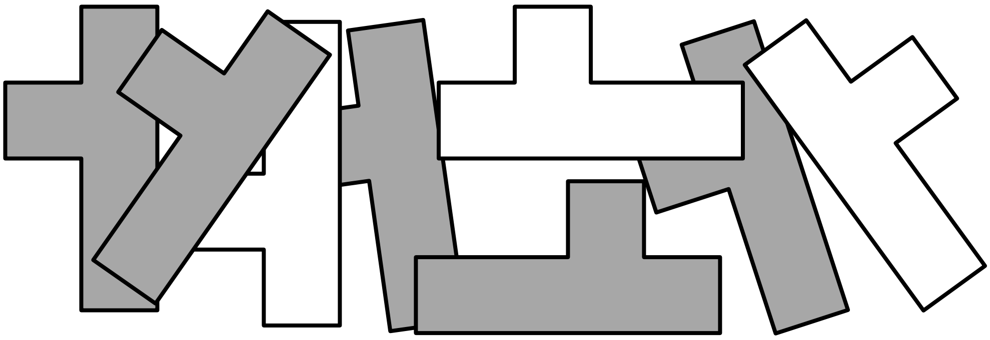
On peut aussi trouver 23 par un raisonnement sur la parité des nombres, car 23 est le 12e nombre impair, mais sans savoir quel est le joueur qui le prononce.

Niveaux : 3, 4

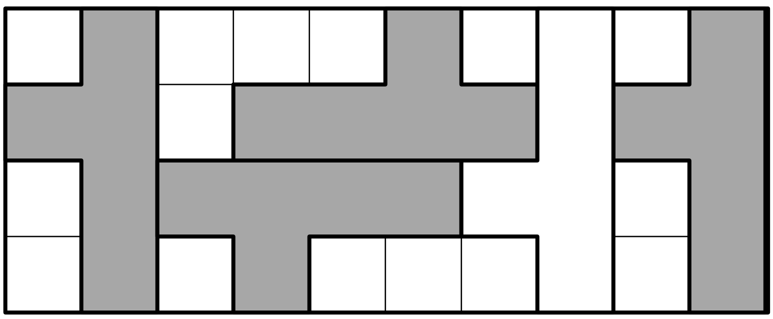
Origine : Inspiré d'un problème du 8e RMT

3. LE JEU D'*YVAN* (Cat. 3, 4)

Yvan a découpé huit pièces identiques dans une feuille de carton, qui est grise d'un côté et blanche de l'autre. Il observe que toutes les pièces, lorsqu'on voit leur face grise, ressemblent à des *Y* comme la première lettre d'*Yvan*.



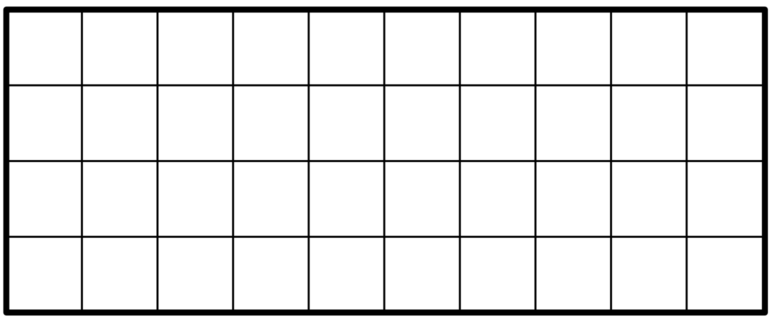
Yvan a placé cinq de ses pièces dans la grille quadrillée ci-dessous : quatre avec la face grise visible et une avec la face blanche visible. Mais il aurait pu en placer plus.



Combien de pièces peut-on placer au maximum sur cette grille, avec le plus possible de faces grises visibles ?

Chaque pièce doit recouvrir exactement cinq carrés de la grille et ne peut pas recouvrir un carré déjà occupé par une autre pièce.

Dessinez ou collez le plus grand nombre possible de pièces sur la grille ci-dessous, avec le plus possible de faces grises visibles.



ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : déplacement de figures, pavage sur quadrillage, rotation et translation

Analyse de la tâche

- Essayer de placer les pièces de manière « économique » (pour éviter les espaces vides) et se rendre compte qu'il est très facile d'en placer 6. Si par exemple on les assemble par deux, on peut placer côte à côte trois rectangles de 3 x 4 (fig. 1).

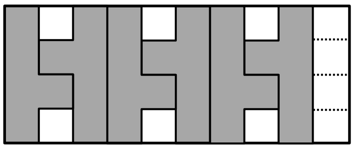


fig 1

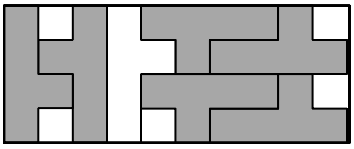


fig 2

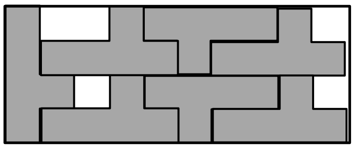


fig 3

- Poursuivre les essais jusqu'à pouvoir placer une septième pièce, éventuellement avec une face blanche (fig. 2) et à obtenir toutes les pièces avec une face grise, (fig. 3) par dessins ou par découpages.
- Les recherches peuvent être stimulées par le comptage des carrés. 40 carrés de la grille permettraient au maximum de placer 8 pièces de 5 carrés chacune. Avec 6 pièces, 10 carrés ne sont pas recouverts, ce qui incite à chercher le moyen de placer une 7e pièce. Mais la forme ne permet pas de recouvrir toute la grille et que 5 carrés resteront vides (fig 2 et fig 3)

  Une méthode efficace consiste à découper 8 pièces et de chercher à les placer.

Niveaux : 3, 4

Origine : Genova, Rozzano

4. TOURNOI DE BASKET (Cat. 3, 4)

Cinq équipes ont participé à un tournoi de basket : les Lions, les Ours, les Panthères, les Rhinocéros et les Tigres.
L'équipe des Tigres ne s'est placée ni la première, ni la dernière.
L'équipe des Ours est placée juste après celle des Lions, qui ne sont pas premiers.
Il n'y a qu'une équipe entre les Rhinocéros et les Tigres.

Écrivez les noms des cinq équipes de la première à la dernière position du classement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique: gestion de relations et conditions (y compris la négation)

Analyse de la tâche

- Comprendre, d'après les contraintes de l'énoncé, que :
  les Tigres, Lions et Ours ne peuvent être en première position,
  les Lions et les Ours, qui se suivent, ne peuvent être entre les Rhinocéros et les Tigres.
- Ce sont donc les Panthères qui sont entre les Rhinocéros et les Tigres.
- En déduire que les Rhinocéros sont les premiers.
- Donner le classement final : Rhinocéros, Panthères, Tigres, Lions, Ours.

Ou : disposer les équipes par essais successifs et rectifications avec éventuellement l'aide de noms ou images mobiles.

Ou : dessiner un tableau à double entrée (noms des équipes/positions) pour visualiser les contraintes.

Niveaux : 3, 4

Origine : Genova

5. COLLECTION DE MOTOS (Cat. 3, 4, 5)

Léo collectionne des petites motos.
Il a préparé des boîtes pour ranger toutes ses motos.
Il commence à en mettre 4 dans chaque boîte, mais à la fin il lui reste encore 2 motos à placer.
Il essaie alors d'en mettre 5 dans chaque boîte, mais il n'y arrive pas car il lui manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes.

Combien Léo a-t-il préparé de boîtes ?

Combien a-t-il de motos ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos solutions !

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique (addition, soustraction, multiples, divisibilité)

Analyse de la tâche

- Imaginer la répartition : Léo met 4 modèles par boîte et il lui en reste 2. Il décide d'en mettre 5 par boîte, c'est-à-dire un de plus. Il place les deux motos qui restent dans les deux premières boîtes. Comme il manque 3 motos pour remplir toutes les boîtes, les 3 dernières seront incomplètes.
- En déduire qu'il y a donc 5 boîtes : 2 avec 5 motos et 3 avec 4 motos ; ce qui fait en tout 2 x 5 + 3 x 4 = 22 motos et et vérifier éventuellement que 5 x 4 + 2 = 22 et 5 x 5 – 3 = 22.

  (La situation peut être représentés par le dessin des boîtes ou simulée par des manipulations effectives)

Ou, par essais successifs, par multiplications, additions et soustractions, déterminer le nombre de motos dans les deux rangements jusqu'à obtenir l'égalité.

Les essais peuvent être inorganisés ou ordonnés en faisant varier le nombre de boîtes et en remarquant que la différence entre les deux nombres de motos décroît régulièrement, par exemple :

boîtes	2	3	4	**5**
motos (4 /boîte)	4 x 2 + 2 = 10	4 x 3 + 2 = 14	4 x 4 + 2 = 18	4 x 5 + 2 = **22**
motos (5 /boîte)	5 x 2 – 3 = 7	5 x 3 - 3 = 12	5 x 4 - 3 = 17	5 x 5 - 3 = **22**

- Partir d'un nombre de motos qui permet de respecter une des contraintes du rangement (par exemple un nombre qui a pour reste 2 dans la division par 4) et vérifier s'il respecte la deuxième contrainte. Recommencer jusqu'à trouver un nombre qui convient.

  Dans tous les cas, en déduire que le nombre de boîtes préparées par Lisa est 5, le nombre de motos étant 22.

Niveaux : 3, 4, 5

Origine : Luxembourg

6. QU'IL FAIT BON LIRE ! (Cat. 4, 5)

Fabio a reçu en cadeau un livre de 174 pages et décide d'en organiser la lecture de la façon suivante:

- il ne lira pas le dimanche ;
- tous les autres jours, sauf le mercredi, il lira le même nombre de pages ;
- il lira 15 pages de plus le mercredi, car il a congé l'après-midi.

En faisant comme cela, Fabio arrivera à lire tout le livre en deux semaines entières.

Combien de pages doit-il lire le mercredi et combien les autres jours pour finir son livre en deux semaines ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : nombres jusqu'à 200, les quatre opérations

Analyse de la tâche

- Savoir que dans deux semaines il y a 14 jours.
- Se rendre compte que dans ces deux semaines il y a deux dimanches et deux mercredi (et qu'il lira 12 jours, dont 2 avec 15 pages en plus).
- Partir des 174 pages, enlever les 30 pages (2 x 15) qu'il lit en plus les mercredis et trouver le nombre de pages qu'il lit régulièrement en 12 jours (144).
- Diviser 144 par 12 et trouver que Fabio doit lire 12 pages chaque jour.
- Ajouter les 15 pages qu'il lit en plus le mercredi pour trouver les pages qu'il lit ce jour-là (12 + 15 = 27).

Ou: procéder par essais en faisant des hypothèses sur le nombre de pages lues chaque jour, différent du mercredi. Par exemple supposer que ce soient 10 et trouver qu'on aurait [(10 x 5) +25] x 2 =150 pages lues en deux semaines: trop peu. Essayer avec 11 et trouver que ce n'est pas encore convenable ; trouver au contraire qu'avec 12 on obtient exactement 174 = [(12 x 5) + 25] x 2).

Ou : considérer que si chaque jour des deux semaines, différent du dimanche, Fabio avait lu le même nombre de pages, cela aurait fait 14 pages (174 : 12) avec un reste de 6 pages. Procéder ensuite en enlevant chaque fois 1 au nombre des pages lues chaque jour (on augmente ainsi chaque fois le reste de 12 pages). On trouve alors que, si on suppose 12 pages lues chaque jour, on obtient un reste de 30 pages (les 15 en plus des deux mercredis).

Niveaux : 4, 5

Origine : Ticino

7. LE NUMÉRO DE TÉLEPHONE DE LOUISE (Cat. 5, 6)

Louise a changé de numéro de téléphone et transmet le nouveau numéro à son amie Carla, avec un message sous forme de devinette :

Mon nouveau numéro est composé de 6 chiffres tous différents. Tu dois, en outre, savoir que :
- la somme de tous les chiffres est 15 ;
- le dernier chiffre est la moitié du premier ;
- le deuxième chiffre est le double du premier ;
- l'avant-dernier chiffre vaut 1 de plus que le double du dernier.

Avec ces indices, est-ce que Carla arrivera à trouver le nouveau numéro de Louise et à être sûre de l'appeler du premier coup ?

Quel pourrait être ce numéro ?

Expliquez comment vous avez fait pour trouver la solution.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique: la moitié, nombres pairs, somme et différence

Analyse de la tâche:

- Effectuer quelques essais puis constater que, puisque 15 = 1 + 2 + 3 + 4 + 5, les six chiffres, différents, dont la somme est 15 ne peuvent être que 0, 1, 2, 3, 4 et 5. (Les chiffres 6 à 9 ne peuvent apparaître dans le numéro.)
- Déterminer le premier chiffre. Celui-ci ne peut être que 2. (Il doit être pair, car le dernier est sa moitié et il ne peut être 4, car le deuxième serait 8). Quatre chiffres du numéro de téléphone sont ainsi déterminés : 2, 4, _, _, 3, 1.
- Définir les deux chiffres centraux, en tenant compte du fait que les chiffres doivent être tous différents et qu'alors les couples (1 ; 4), (2 ; 3) ne peuvent pas satisfaire les conditions, l'unique couple possible peut être donc (0 ; 5).
- Repérer les deux seules possibilités correctes: 2, 4, 0, 5, 3, 1 et 2, 4, 5, 0, 3, 1 et comprendre qu'on ne peut pas être certain d'appeler Louise au premier coup de fil.

Niveaux : 5, 6

Origine : Cagliari

8. LE JEU DES QUESTIONS (Cat. 5, 6)

Le *Jeu des questions* se joue sur un ruban de nombres comme celui-ci :

…	-5	-4	-3	-2	-1	Départ	1	2	3	4	5	6	7	8	…

avec un pion par joueur, posé sur la case « départ » au début du jeu, et avec un paquet de cartes - questions.

Chaque joueur, à son tour, tire une carte du paquet. Il lit la question écrite sur la carte et il y répond. Si la réponse est juste, il avance son pion de deux cases. Si la réponse est fausse, il recule son pion de 6 cases.

Marie et Jean ont tiré chacun 24 cartes et ils ont répondu aux 24 questions.

À la fin du jeu, le pion de Marie se retrouve sur la case "Départ" et le pion de Jean est sur la case 24.

Combien Marie a-t-elle donné de réponses justes et de réponses fausses ? Et Jean ?

Expliquez comment vous avez trouvé vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Arithmétique : addition, multiplication, soustraction, multiples

Analyse de la tâche :

- Se rendre compte que si un enfant avait répondu juste à toutes les questions son pion serait sur la case 48 (24 x 2).
- Constater qu'une réponse erronée fait reculer le pion de 6 cases, et que cela annule donc 3 réponses justes ou encore que, pour 4 réponses, si 3 sont justes et 1 est fausse, cela revient à un score nul.
- Pour Marie, à l'aide de calculs qui puissent expliquer le raisonnement, trouver que 6 réponses sont fausses (6 x 6 = 36) et 18 sont justes (18 x 2 = 36) ; avec un score final de 0 et le pion sur la case de départ : 36 – 36 = 0 ;
  ou considérer que, comme son score total est nul, cela résulte de 6 « paquets de réponses » composées d'une fausse et de 3 justes, soit au total 6 fausses et 18 justes.
- Pour Jean : en procédant de même, comprendre que si son pion se trouve sur la case 24, cela veut dire que, parmi ses 24 réponses, 21 sont correctes (21 x 2 = 42) et 3 sont fausses (3 x 6 = 18) ; 42 – 18 = 24 ; etc.

Ou : procéder à une recherche systématique pour identifier toutes les possibilités (par exemple à l'aide d'un tableau) :

Réponses correctes	Réponses fausses	Score positif	Score négatif	Case d'arrivée
24	0	48	0	48
23	1	46	6	40
22	2	44	12	32
21	**3**	**42**	**18**	**24**
…	…	…	…	…
18	**6**	**36**	**36**	**0**

- Formuler les deux réponses: Marie, 18 réponses justes et 6 fausses; Jean 21 justes et 3 fausses.

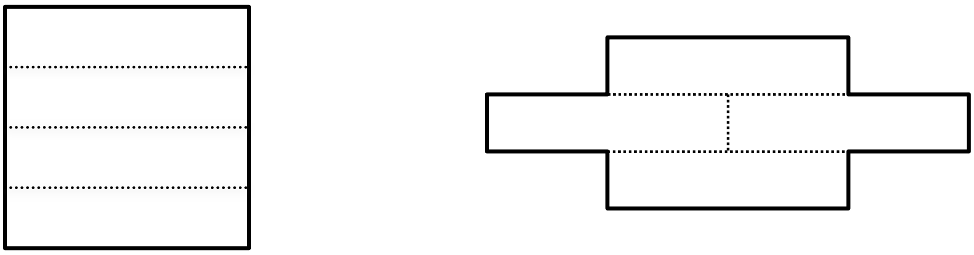
Niveaux : 5, 6

Origine : Milano

9. COUPONS LES CARRÉS EN QUATRE (Cat. 5, 6, 7)

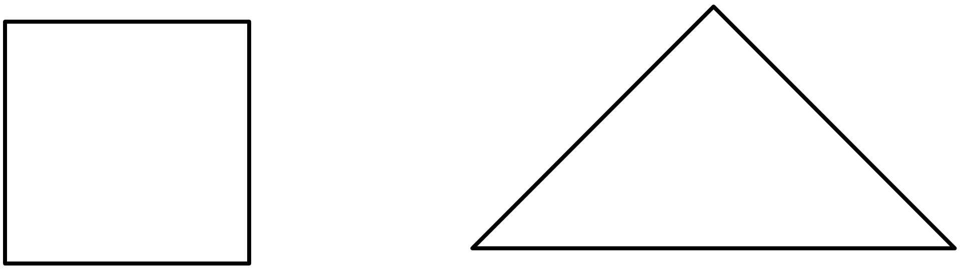
Isabelle, Julie, Serge et Xavier ont reçu chacun le même carré.
Chacun des enfants a découpé son carré en quatre pièces identiques. Puis, il les a assemblées pour réaliser une nouvelle figure.
Voici le découpage du carré en quatre pièces fait par Isabelle, et la figure qu'elle a obtenue avec ses quatre pièces.

Isabelle :

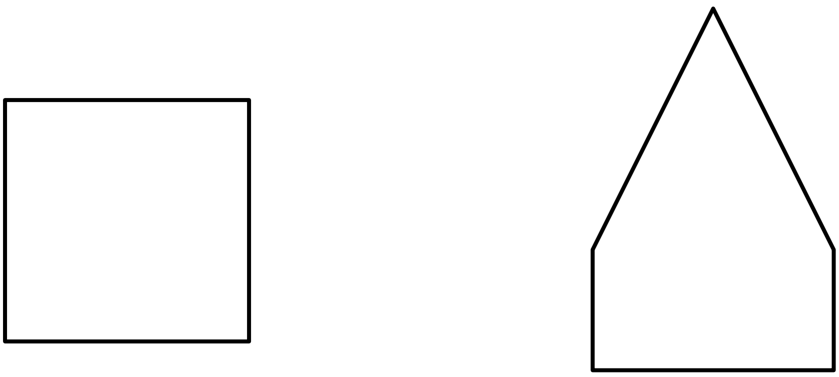


Voici les carrés que les trois autres enfants ont reçus et les figures formées avec leurs quatre pièces.

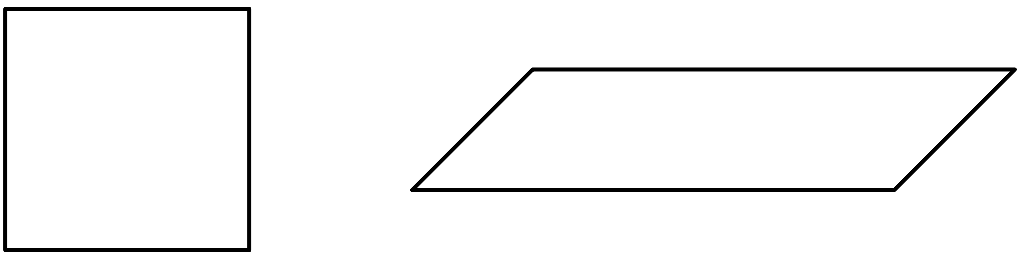
Julie :



Serge :



Xavier :



Dessinez le découpage du carré de chaque enfant et dessinez aussi les quatre pièces sur la figure qu'il a réalisée.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

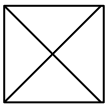
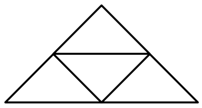
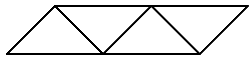
- Géométrie : décomposition et recomposition de figures

Analyse de la tâche

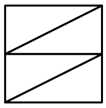
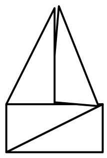
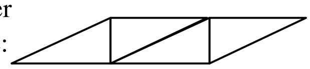
- Comprendre les conditions de découpe du carré et les contraintes de l'assemblage des pièces.
- Une première démarche possible consiste à rechercher différentes façons de découper le carré en quatre figures identiques puis d'assembler les quatre pièces en les positionnant sur les figures :

  • la décomposition en quatre carrés selon les médianes ou en quatre rectangles identiques (comme Isabelle) ne permet pas d'obtenir les trois autres figures ;

  • la décomposition en quatre triangles isocèles rectangles selon les diagonales permet d'obtenir le triangle construit par Julie et le parallélogramme construit par Xavier.

  le découpage des carrés pour Julie et Xavier :  la figure de Julie :  la figure de Xavier : 

  • la décomposition en deux rectangles égaux en utilisant une médiane du carré, puis de chaque rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale permet d'obtenir la figure de Serge (et non celle de Xavier !)

  le découpage du carré pour Serge  la figure de Serge :  une figure erronée de Xavier avec le découpage de Serge: 

- Une seconde démarche consiste à découper les figures obtenues par Julie, Serge et Xavier en quatre figures égales :

  par exemple, pour la figure de Serge, faire apparaître un rectangle « demi-carré », puis de ce rectangle en deux triangles rectangles égaux en utilisant une diagonale ;

  et pour les figures de Julie et de Xavier, on peut procéder de 2 façons :

  en essayant de trouver des relations simples entre les mesures des côtés du triangle ou du parallélogramme et la mesure du côté du carré (moitié et double),

  en observant que les mesures des angles du triangle et de deux angles du parallélogramme sont la moitié de celles d'un angle droit, (ce qui permet d'éliminer la figure erronée de Xavier).

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : Bourg en Bresse

10. MOUSSE AU CHOCOLAT (Cat. 5, 6, 7)

Céline, Jeanne et Sophie utilisent la même recette pour préparer chacune une mousse au chocolat.
Pour bien réussir la mousse au chocolat, il ne faut pas se tromper dans les quantités d'œufs et de chocolat.
Céline a utilisé 4 œufs et 200 grammes de chocolat.
Jeanne a utilisé 6 œufs et 250 grammes de chocolat.
Sophie a utilisé 10 œufs et 500 grammes de chocolat.
L'une des trois filles n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat.

Qui n'a pas utilisé la bonne quantité de chocolat ? Expliquez pourquoi.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : addition, multiplication, proportionnalité

Analyse de la tâche

- Comprendre que les proportions doivent être respectées.
- Remarquer que les quantités de Jeanne et de Sophie sont incompatibles (le double de chocolat ne correspond pas au double d'œufs).

  En déduire que c'est Jeanne ou Sophie qui s'est trompée et donc que Céline ne s'est pas trompée.

  Comparer les données de l'une des deux avec celles de Céline, par exemple en remarquant que pour Céline il faut 2 œufs pour 100 grammes de chocolat, ce qui n'est pas compatible avec les données de Sophie. Conclure que c'est Jeanne qui s'est trompée.

Ou, partir directement des données pour Sophie pour en déduire que, selon ces données, pour 2 œufs, il faut 100 g de chocolat ou encore 1 œuf pour 50 g de chocolat et vérifier si les données de Jeanne et Céline sont compatibles.

Ou, calculer directement les quantités de chocolat de chacune pour le même nombre d'œufs (rapport). Par exemple le rapport « masse de chocolat pour un œuf » s'obtient en calculant 200 : 4, puis 250 : 6 et 500 : 10. On trouve alors que Céline et Sophie obtiennent le même résultat : 50 g de chocolat pour un oeuf, différent de celui de Jeanne.

Ou, utiliser les propriétés additives et multiplicatives de la proportionnalité. Par exemple, considérer que si, pour 4 œufs il faut 200 g de chocolat, pour 2 œufs il faut 100 g, puis pour 6 oeufs (4 + 2), il en faut 300 g (200 + 100). De même, pour 10 œufs (4 + 4 + 2 ou 6 + 4), il en faut 500 g (200 + 200 + 100 ou 300 + 200). Il s'ensuit que Jeanne s'est trompée.

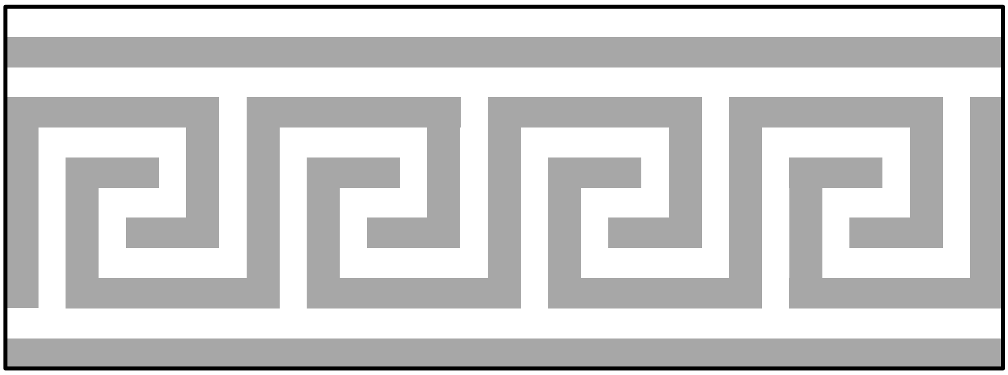
Une procédure attendue des élèves qui n'envisagent que des relations additives est la suivante : à partir des deux premières données, considérer que si on ajoute 2 œufs, il faut ajouter 50 g de chocolat ; en déduire que pour 8 œufs, il faut 300 g de chocolat et pour 10 œufs 350 g ; et conclure, de façon cohérente (mais évidemment erronée pour celui qui maîtrise les concepts de rapport ou de proportionnalité), que c'est Sophie qui s'est trompée.

Niveaux : 5, 6, 7

Origine : gp

11. ORNEMENT GREC (Cat. 5, 6, 7)

La maîtresse de Maya lui propose de colorier l'ornement grec suivant, où les bandes sombres et les bandes plus claires ont toutes la même largeur :



Maya va repasser en noir les zones sombres et en jaune les zones plus claires, en mettant partout exactement la même couche de peinture.

Selon vous, Maya va-t-elle utiliser plus de peinture jaune ou plus de peinture noire ?

Expliquez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : aire et motifs invariants par translation
- Arithmétique : comptage ou opérations

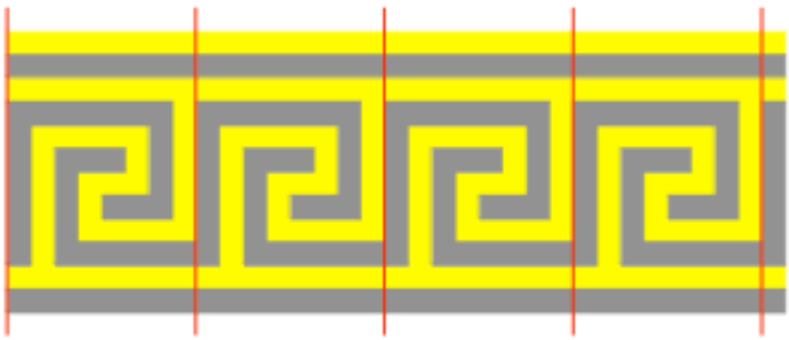
Analyse de la tâche

- Faire le lien entre quantité de peinture et aire de chaque « zone », noire et jaune.
- Imaginer un quadrillage du motif d'après la largeur des bandes et se donner une unité d'aire (par exemple, celle d'un petit carré, *u,* dont le côté est la largeur des bandes).
- Déterminer, par comptage, l'aire de chaque zone (199 *u* pour la zone jaune et 197 *u* pour la zone noire).

Ou, repérer l'existence de motifs invariants par translation, répétés quatre fois et déterminer l'aire de chaque zone pour un motif de l'ornement, par comptage ou en procédant ligne par ligne, par exemple :

pour la zone jaune : 8 + 8 + 1 + 6 + 3 + 5 + 3 + 6 + 1 + 8 = 49 (en unités *u*)

et pour la zone noire : 8 + 7 + 2 + 5 + 3 + 5 + 2 + 7 + 8 = 47 (en unités *u*)



On obtient, pour les 4 motifs, 196 (en *u*) pour la zone jaune et 188 (en *u*) pour la zone sombre. Et en rajoutant la bande de droite on obtient 196 + 3 = 199 (en *u*) pour la zone claire complète et 188 + 9 = 197 (en *u*) pour la zone noire.

Ou pour chaque motif invariant par translation, découper les bandes claires sous forme de rectangle et les mettre bout à bout ; faire de même pour les bandes sombres ; évaluer la différence de longueur entre les deux bandes ainsi obtenues. La bande claire dépasse la bande sombre de 2 *u*, ce qui fait 8 *u* pour les quatre motifs. Compter sur la bande toute à droite de la frise que la bande sombre dépasse de 6 *u* la bande claire.

- Conclure qu'il faut plus de peinture jaune que de peinture noire.

  Il y a de nombreuses autres procédures possibles. Par exemple, par compensations (des deux bandes du haut et du bas ou par éliminations successives de tronçons jaunes et noirs équivalents).

Niveaux: 5, 6, 7
Origine: Bourg-en-Bresse

12. PINOCCHIO LE FAMEUX MENTEUR (Cat. 6, 7, 8)

Pinocchio est un fameux menteur. Lorsqu'on lui pose des questions, parfois il dit des gros mensonges et parfois des petits mensonges. Quelquefois aussi, il dit la vérité.
Chaque fois qu'il dit un petit mensonge, son nez s'allonge de 4 cm et chaque fois qu'il dit un gros mensonge, son nez s'allonge de 6 cm. Heureusement, chaque fois qu'il dit une vérité son nez devient la moitié de ce qu'il était avant.
Lorsque Pinocchio s'est levé ce matin, son nez mesurait 2 cm. Au cours de la journée, il a répondu à 5 questions. La deuxième et la cinquième fois, il a dit la vérité. Mais, les autres fois, il a menti.

À la fin de la journée, Pinocchio mesure son nez et se dit : « Mon nez mesure 1,5 cm de plus que si je n'avais dit qu'un seul gros mensonge ».

Combien Pinocchio a-t-il pu dire de gros mensonges et à quelles questions a-t-il pu le faire : à la première, à la troisième, à la quatrième ?

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSI A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique
- Combinatoire

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation et admettre qu'il y a peut-être plusieurs solutions ; déduire de l'énoncé que Pinocchio a dit au moins deux gros mensonges et comprendre que l'ordre dans lequel sont données les réponses a de l'importance.
- Faire l'inventaire des situations qui correspondent à un seul gros mensonge et déterminer le nombre de centimètres correspondants auquel il faudra ajouter 1,5 cm. (Par exemple, on peut disposer, le gros mensonge (G) ou (+6) en 1^{e} questions ou en 3^{e} ou 4^{e} question, ces deux dernières conduisant au même résultat, lignes 2 et 3) :

  1) départ : 2 G (+6) –> 8 V (:2) –> 4 P (+ 4) –> 8 P (+ 4) –> 12 V (: 2) –> à la fin : 6 (cm)
  2) départ : 2 P (+4) –> 6 V (:2) –> 3 G (+ 6) –> 9 P (+ 4) –> 13 V (: 2) –> à la fin : 6,5 (cm)
  3) départ : 2 P (+4) –> 6 V (:2) –> 3 P (+ 4) –> 7 G (+ 6) –> 13 V (: 2) –> à la fin : 6,5 (cm)

  En déduire que le nez de Pinocchio mesure 7,5 ou 8 cm.
- Envisager alors les cas avec deux gros mensonges, c'est-à-dire un seul petit mensonge qui peut être en 1^{e} question ou en 3^{e} ou 4^{e} (avec le même résultat dans ces deux lignes 5 et 6)

  4) départ : 2 P (+ 4) –> 6 V (: 2) –> 3 G (+ 6) –> 9 G (+ 6) –> 15 V (: 2) –> à la fin : **7,5 (cm)**
  5) départ : 2 G (+ 6) –> 8 V (: 2) –> 4 P (+ 4) –> 8 G (+ 6) –> 14 V (: 2) –> à la fin : 7 (cm)
  6) départ : 2 G (+ 6) –> 8 V (: 2) –> 4 G (+ 6) –> 10 P (+ 4) –> 14 V (: 2) –> à la fin : 7 (cm)

  Les 2 gros mensonges sont en 3^{e} et 4^{e} question, le nez a 7,5 cm, soit 1,5 de plus que 6 cm avec un gros mensonge.
- Envisager enfin le dernier cas, avec trois gros mensonges :

  7) départ : 2 G (+6) –> 8 V (:2) –> 4 G (+ 6) –> 10 G (+ 6) –> 16 V (:2) –> à la fin : **8 (cm)**

  Avec 3 gros mensonges le nez a 8 cm, soit 1,5 de plus que 6,5 cm avec un seul gros mensonge à la 3^{e} ou 4^{e} question.

Niveaux : 6, 7, 8

Origine : Valle D'Aosta

13. UNE ANNÉE PARTICULIÈRE (Cat. 6, 7, 8)

2010

En 2010 les personnes nées en 19**46** ont fêté leurs **64** ans : elles pouvaient écrire leur âge en inversant les deux derniers chiffres de leur année de naissance.

En 2010 ce phénomène s'est aussi produit pour des personnes nées en d'autres années.

nt toutes ces personnes en 2010.

Expliquez comment vous avez trouvé.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Logique
- Arithmétique

Analyse de la tâche

- Procéder par essais plus ou moins organisés en faisant une hypothèse sur l'année de naissance, puis calculer l'âge correspondant en 2010 et valider ou non la réponse en contrôlant si le nombre donnant l'âge calculé correspond au nombre obtenu en inversant les deux derniers chiffres de l'année de naissance.

Ou : procéder de même en faisant une hypothèse sur l'âge en 2010 et en calculant les années de naissances correspondantes.

Ou : remarquer, après quelques essais, que la somme des chiffres des âges qui conviennent est 10. Lister alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10. Vérifier la cohérence entre âges et années ainsi déterminés.

Ou remarquer que le chiffre des dizaines (ou celui des unités) du nombre désignant l'âge est nécessairement le complément à 10 du chiffre des dizaines (ou respectivement de celui des unités) du nombre indiquant l'année de naissance. (Car la somme de l'âge et de l'année de naissance, 2010, se termine par 0). En déduire, qu'à cause de la condition sur l'inversion des chiffres, ce complément est le chiffre des dizaines (respectivement des unités) correspondant. Lister, alors tous les nombres de deux chiffres dont la somme des chiffres est 10 pour déterminer tous les âges qui conviennent.

Niveau : 6, 7, 8

Origine : Bourg-en-Bresse

14. À MIDI (Cat. 7, 8, 9, 10)

André vient de se réveiller et demande à sa maman quelle heure il est.
Elle lui répond : « J'ai regardé l'heure, il y a exactement cinquante minutes. À ce moment, j'ai remarqué que pour arriver à midi il fallait le double du nombre de minutes qui s'étaient écoulées depuis 8 heures. »

À quelle heure André s'est-il réveillé ?

Expliquez votre raisonnement.

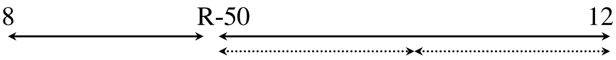
ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Mesure du temps : heures et minutes
- Algèbre : équations

Analyse de la tâche

- Comprendre la situation : entre 50 minutes avant le réveil, « R - 50 » et midi ; il y a le double de minutes qu'entre 8h et « R - 50 ». La traduire éventuellement au moyen d'un schéma permettant de « voir » que la durée totale est répartie en trois « tiers ».



- Remarquer que de 8 h à midi, il se passe 4 h ou 240 minutes et en déduire qu'il y a 80 = 240 : 3 minutes entre 8h et « R – 50 », puis 80 + 50 = 130 (minutes) entre 8h et le moment du réveil « R ». C'est-à-dire qu'André s'est réveillé à 10h10.

Ou : procéder par essais successifs et trouver l'horaire qui remplit les conditions (cinquante minutes auparavant, il manquait pour aller à midi le double des minutes écoulées depuis 8 h). Éventuellement commencer les essais à partir d'un horaire plausible comme 10 h, et procéder par ajustements successifs.

Ou : poser une équation dans laquelle l'inconnue x, exprimée en heures, est l'heure actuelle :

d'où , il est donc 10 heures et 10 minutes, ou 10 h 10.

- Si x est la durée de 8 h à « R-50 », on obtient, avec x exprimé en heures : $x + 8 = 12 - 2x$ d'où $x = 4/3$.
- ou, avec x et les heures exprimées en minutes), $x + 480 = 720 - 2x$ d'où $x = 80$.

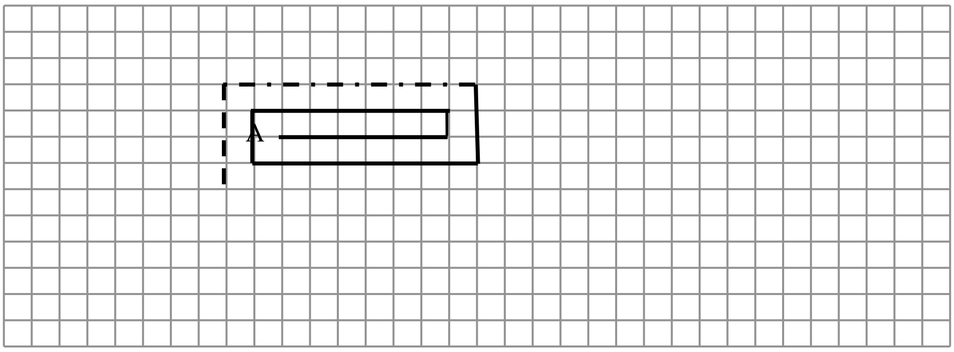
  Dans chacun des deux cas précédents, il faut interpréter la solution (et ajouter les 50 minutes).

Niveaux : 7, 8, 9, 10

Origine : Ticino

15. UNE SPIRALE PARTICULIÈRE (Cat. 7, 8, 9, 10)

Gianni a une feuille de papier quadrillé, sur laquelle les carreaux ont un côté de 1 cm. Il commence à dessiner une spirale comme celle que vous voyez sur la figure; il part de A, se déplace horizontalement de 6 carreaux, puis verticalement de 1 carreau, puis de nouveau horizontalement de 7 carreaux, puis verticalement de 2 carreaux, et ainsi de suite.



Gianni s'arrête après le cinquantième segment horizontal.

Combien mesure, en centimètres, la spirale dessinée par Gianni ?

Expliquez votre raisonnement.

ANALYSE A PRIORI

Domaine conceptuel

- Arithmétique : somme de nombres entiers successifs ; propriétés des opérations
- Algèbre : approche de la notion de suite arithmétique

Analyse de la tâche:

- Comprendre les règles de construction de la spirale et se rendre compte que les mesures des segments en cm, aussi bien horizontaux que verticaux, augmentent chaque fois de 1 cm.
- Observer que la mesure des segments verticaux est 1, 2, 3, 4... et celle des segments horizontaux est 6, 7, 8, 9... , constater que la mesure du n-ième segment horizontal est $n + 5$ et que, par conséquent la longueur du cinquantième segment horizontal est 50 + 5 = 55 cm, ou, par un raisonnement analogue, 49 + 6 = 55.
- Exprimer la longueur totale de la spirale, ou se rendre compte qu'elle est la somme de deux progressions arithmétiques : (6 + 7 + … 54 + 55) + (1 + 2 + 3 + … + 48 + 49) et effectuer les additions une à une calculatrice (avec un grand risque d'erreur, même en utilisant la calculatrice).

Ou mettre en œuvre des propriétés des opérations : commutativité, associativité et distributivité, permettant de simplifier les calculs en regroupant des termes ou transformant des sommes en produits. Par exemple :

en associant par deux les termes de chaque suite (à partir du début et de la fin) pour obtenir des sommes partielles constantes : (6 + 7 + … + 54 + 55) + (1 + 2 + ... + 48 + 49) = (6 + 55) + (7 + 54) + … + (1 + 48) + (2 + 47) + … = = 61 × 25 + 49 × 25 = 110 × 25 = 2750

ou en regroupant les termes des deux suites deux à deux 6 + 1 + 7 + 2 + 8 + 3 + … + 54 + 49 + 55 = (1 + 2 + 3 + 4 + ... + 49) + (1 + 2 + 3 + 4 +… + 49) + 6 x 50 = 2 x (1+2+3+4+….+49) + 6 x 50, puis comme précédemment, par association et distributivité, arriver à 49 x 50 + 6 x 50 = 55 x 50 = 2750.

Niveaux: 7, 8, 9, 10

Origine: Siena

16. JUMEAUX CHANCEUX (Cat. 8, 9, 10)

On dit que deux nombres forment un « couple de jumeaux » si :

- ce sont des nombres consécutifs,
- le chiffre 0 n'apparaît pas dans leur écriture,
- pour écrire le couple on utilise exactement deux chiffres différents.

Par exemple 43 et 44 forment un couple de jumeaux, ainsi que 343 et 344, alors que 434 et 435 ne le sont pas (parce qu'on utilise trois chiffres différents pour les écrire).

Francesca, qui pense que 13 est son nombre « porte-bonheur », a essayé d'écrire tous les couples de jumeaux dont 13 est la somme des chiffres.

(Dans les exemples précédents, les sommes des chiffres des deux couples de jumeaux sont respectivement 15 et 21).

Faites la liste complète de tous les couples de nombres jumeaux que Francesca devra écrire et indiquez combien il y en a.

Expliquez comment vous les avez trouvés.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

Arithmétique : chiffre - nombre, numération de position

Combinatoire : permutations

Analyse de la tâche

- Comprendre que si un nombre appartient à un couple de jumeaux, il s'écrit avec un seul chiffre (éventuellement répété) ou deux chiffres différents (éventuellement répétés).
- Comprendre aussi que si deux nombres sont consécutifs, les nombres obtenus par les sommes des chiffres de chacun le sont aussi et, dans le cas où les nombres consécutifs sont jumeaux, alors les deux seuls chiffres qui apparaissent doivent aussi être consécutifs et le plus petit des deux doit apparaître dans les unités du premier nombre du couple.
- Déduire, alors, que pour avoir une somme de 13 dans un couple de jumeaux le premier nombre doit avoir 6 comme somme des chiffres et le second 7. (C'est le seul moyen d'obtenir 13 comme somme de deux nombres consécutifs).
- Faire la liste des deux chiffres consécutifs qui peuvent apparaître dans un nombre comme somme des chiffres, 6 (ou 7 pour celui qui le suit): **1-2, 2-3, 3-4, 6-7** (éliminer 0-1 parce que le 0 ne doit pas apparaître). Les chiffres consécutifs 4-5, 5-6 sont éliminés parce qu'avec les nombres d'un chiffre, on n'atteint pas la somme 13, alors qu'avec des nombres de deux chiffres, la somme est supérieure à 13 (17 au minimum); les chiffres consécutifs 7-8, 8-9 sont éliminés parce qu'avec des nombres d'un chiffre, on obtient déjà des sommes supérieures à 13.
- Chercher les nombres jumeaux que l'on peut obtenir pour chacun des deux couples possibles de chiffres :

1-2:	**1221-1222; 2121-2122; 2211-2212**
	11121-11122; 11211-11212; 12111-12112; 21111-21112
	111111-111112
2-3:	**222-223**
3-4:	**33-34**
6-7:	**6-7**

- Conclure qu'il y a 11 couples de jumeaux de somme 13

Ou: partir du couple de jumeaux d'un chiffre **6-7** et décomposer successivement le 6 et le 7 en couples de nombres consécutifs de 2 chiffres qui forment des nombres de 2, 3…, 6 chiffres.

6 dans 33 et 7 dans 34, puis 6 dans 222 et 7 dans 223, etc.

Ou : procéder par divisions avec reste. Pour trouver le premier nombre du couple de jumeaux, diviser 6 (qui est la somme des chiffres de ce nombre) progressivement pour 1, 2, 3…, 6 et trouver de cette manière les couples de jumeaux de 1 chiffre, 2 chiffres…, 6 chiffres, par exemple :

6:1 = 6 avec reste 0 (couple de jumeaux de 1 chiffre dans lequel le chiffre 6 apparaît exactement une fois dans le premier nombre) (**6-7**)

6:5 = 1 avec reste 1 (couple de jumeaux de 5 chiffres dans lequel le chiffre 1 apparaît exactement 4 fois dans le premier nombre) (**11121-11122 ; 11211-11212 ; 12111-12112 ; 21111-21112**) **;** etc.

Ou : procéder par voie algébrique, sachant que la somme des chiffres du couple de jumeaux est 13, posant z et $z + 1$ les deux chiffres consécutifs qui apparaissent dans le couple, établir une équation paramétrique : si l'écriture des deux nombres utilise n fois z et m fois $(z + 1)$, on a : $n z + m (z + 1) = 13$, pour arriver à $(n + m) z = 13 – m$ et discuter les solutions pour $0 < n + m < 13$ avec $n + m$ pair (parce que le nombre total des chiffres de deux nombres consécutifs n'utilisant pas le 0 est pair) :

- pour $n + m = 12$ on obtient $12 z = 13 – m$, donc $z = (13 – m) / 12$ dont la solution est entière seulement si $13 – m$ est un multiple de 12, donc seulement si $13 – m = 12$, sinon on aurait m négatif. On obtient $m = 1$, $n = 11$ et donc $z = 1$ et $z + 1 = 2$ et le couple de jumeaux sera formé par onze chiffres 1 et par 1 chiffre 2 avec lesquels on obtient le couple de jumeaux **111111-111112** ;

- de même pour $n + m = 10, 8, 6, 4$ et 2.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : Siena

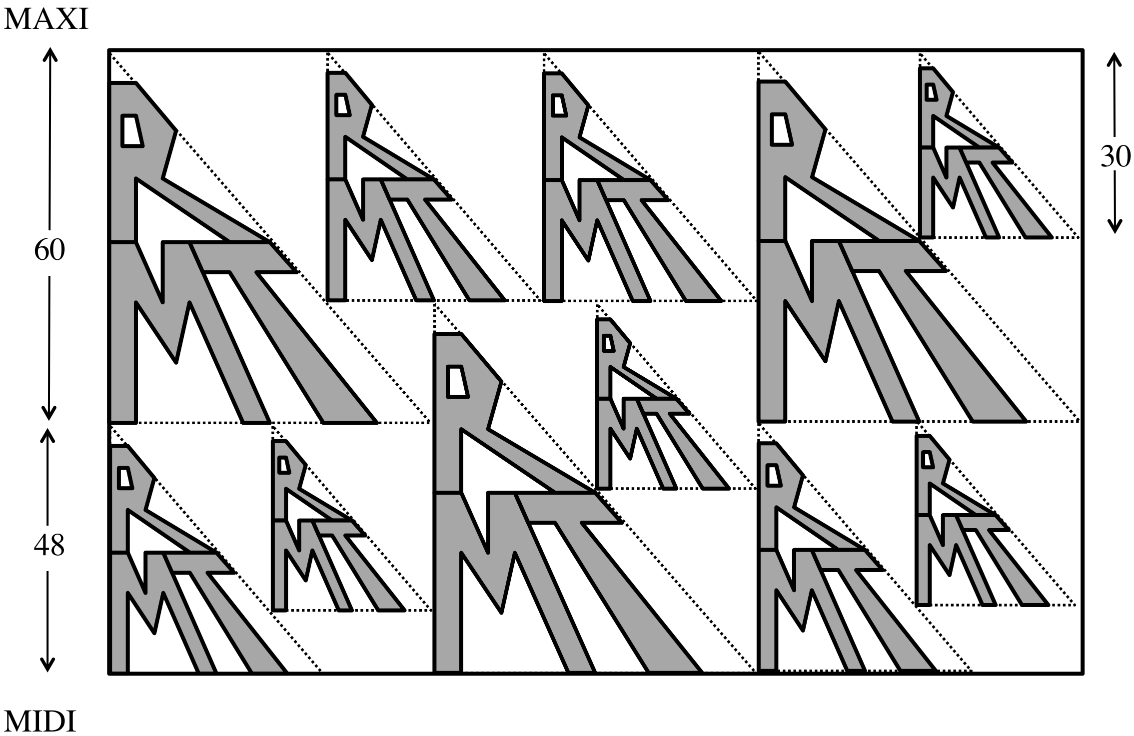
17. LES PLAQUES (Cat. 8, 9, 10)

Monsieur Ronald Mac Terror a créé des plaques magnétiques en forme de triangles rectangles, à fixer sur les portes de frigos. Trois formats sont disponibles (voir la figure) :

Le modèle « MINI » a 30 cm de hauteur.

Le modèle « MIDI » a 48 cm de hauteur.

Le modèle « MAXI » a 60 cm de hauteur.



Il a découpé soigneusement ses plaques dans la même feuille de métal et les a pesées.

Les 4 plaques « MINI » pèsent ensemble exactement 216 grammes.

Combien pèsent les 7 autres plaques ensemble ?

Donnez le résultat au gramme près.

Expliquez votre solution.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : rapports, proportionnalité
- Géométrie : rapport des aires dans un agrandissement

Analyse de la tâche

- Comprendre que la masse des plaques est proportionnelle à leur aire, puisqu'elles sont découpées dans la même feuille (d'épaisseur constante) et que les figures sont semblables, ce qui signifie que le rapport de deux longueurs correspondantes est le même, quelle que soit la direction (et qu'il n'est donc pas nécessaire d'attribuer des mesures aux côtés des triangles parallèles à la longueur de la feuille dans laquelle sont découpées les plaques).
- Calculer la masse d'un modèle MINI : 216 : 4 = 54 (en grammes).
- Calculer le rapport de proportionnalité : 60/30 = 2 entre un modèle MAXI et un modèle MINI.

- Calculer le rapport des aires des deux figures : de manière « experte » : $2^2 = 4$, ou l'observer sur le dessin en imaginant qu'un modèle MINI est inscrit dans un rectangle qui est le quart d'un rectangle dans lequel est inscrit un modèle MAXI ; ou, en se rappelant que l'aire d'un triangle rectangle dont les côtés de l'angle droit mesurent a et b est $ab/2$, calculer que l'aire du triangle rectangle agrandi dans un rapport de longueurs r est $r^2ab/2$ et en déduire que le rapport des aires de ces deux triangles est r^2.
- Calculer la masse d'un modèle MAXI : 54 x 4 = 216 (en grammes) et la masse des 3 plaques: 216 x 3 = 648 (en grammes).
- De même, calculer le rapport entre les hauteurs MIDI/MINI, 48:30 = 1,6 et celui de leurs aires $1,6^2 = 2,56$, puis la masse d'un modèle MIDI : 54 x 2,56 = 138,24 (en grammes) et la masse des quatre plaques: 138,24 x 4 = 552,96 ≈ 553 (au gramme près).
- Additionner alors les masses des sept plaques : 648 + 552,96 = 1200,96 ≈ 1201 (en grammes)

  Une erreur attendue consiste à considérer que les masses des plaques sont proportionnelles à leurs hauteurs (et non à leurs aires), ce qui conduit aux masses des modèles MAXI et MIDI respectivement de 108 = 54 x 2 et de 86,4 = 54 x 1,6 et à la masse des sept pièces (3 x 108) + (4 x 86,4) = 669,6.

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : problème repris de «Logo» 13° RMT-F

18. LA TABLE DE DIVISIONS (Cat 8, 9, 10)

Jules a construit une table de divisions des nombres naturels de 1 à 100 à l'aide de son ordinateur. Il a demandé à son programme de calcul d'arrondir les quotients au centième près (deux chiffres après la virgule) pour limiter le nombre de pages à imprimer.
Voici le coin supérieur gauche de la première page de sa table de division :
(Par exemple, à l'intersection de la colonne 4 et de la ligne 9 on trouve le quotient de 4 par 9, dont seulement les deux premières décimales sont écrites 4 : 9 ≈ 0,44.)

:	1	2	3	4	5	6	…
1	1.00	2.00	3.00	4.00	5.00	6.00	
2	0.50	1.00	1.50	2.00	2.50	3.00	
3	0.33	0.67	1.00	1.33	1.67	2.00	
4	0.25	0.50	0.75	1.00	1.25	1.50	
5	0.20	0.40	0.60	0.80	1.00	1.20	
6	0.17	0.33	0.50	0.67	0.83	1.00	
7	0.14	0.29	0.43	0.57	0.71	0.86	
8	0.13	0.25	0.38	0.50	0.63	0.75	
9	0.11	0.22	0.33	0.44	0.56	0.67	
10	0.10	0.20	0.30	0.40	0.50	0.60	
11	0.09	0.18	0.27	0.36	0.45	0.55	
12	0,08	0,17	0,25	0,33	0,42	0,50	

Voici un rectangle découpé, plus loin, dans la table de Jules :

0.64	0.71	0.79	**0.86**	0.93	1.00	1.07
0.60	**0.67**	0.73	0.80	0.87	0.93	1.00
0.56	**0.63**	0.69	0.75	0.81	0.88	0.94
0.53	0.59	0.65	0.71	0.76	0.82	0.88
0.50	0.56	0.61	**0.67**	0.72	0.78	0.83
0.47	0.53	0.58	**0.63**	0.68	0.74	0.79
0.45	0.50	0.55	0.60	0.65	0.70	0.75

Les deux écritures 0.67 que l'on y voit représentent-elles le même quotient ?

Les deux écritures 0.63 représentent-elles le même quotient ?

Donnez les 10 premières décimales du quotient représenté par 0.86 dans cette partie de la table.

Expliquez vos réponses.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique : nombres rationnels, quotients, fractions équivalentes, approximations décimales

Analyse de la tâche

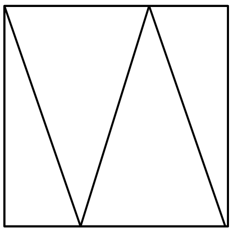
- Dans la table ; vérifier éventuellement quelques quotients arrondis pour comprendre le sens de lecture et les approximations au centième près. Puis observer les régularités : 1.00 dans la « grande diagonale », 0.50 pour 1 : 2 ; 2 : 4 ; 3 : 6, … Observer que les quotients équivalents sont alignés (sur des droites qui passeraient par « l'origine » (0 ; 0) de la table).
- Déterminer à quelles lignes et colonnes de la table correspondent les lignes et colonnes de l'extrait. Par exemple : en continuant la table (il suffit de 2 lignes et 4 colonnes pour retrouver 0.64 ; 0.71 ; 0.79 de la 1e ligne de l'extrait), ou en repérant dans la dernière ligne de l'extrait 0.45 ; 0.50 ; 0.55 ; 0.60 ; … les quotients de divisions par 20, ou par repérage des positions des quotients 1.00, puis les 0.50, puis les 0.67, … ou calculer les différences entre deux nombres voisins d'une ligne, par exemple la première. $x : x = 1.00$ donc pour la case à droite $(x +1) : x = 1.07$ donne $x +1 = 1{,}07x$ et $0{,}7x = 1$, ainsi $x \approx 14$ puis vérifier pour quelques autres quotients de la colonne 14 (14 :14 =1 ; 14 :15 = 0,93 …).
- Conclure que l'extrait du tableau commence à la ligne 14 et va jusqu'à la ligne 20, et des colonnes 9 à 15.
- Les deux écritures 0.67 sont donc les quotients arrondis de 10 par 15 et de 12 par 18. Ils représentent le même nombre : 2/3, arrondi à sa deuxième décimale.
- Les deux écritures 0.63 écrites sous les précédentes sont les arrondis des quotients de 10 par 16 et de 12 par 19. Ils ne sont donc pas égaux (10 : 16 = 0,625 et 10 : 19 = 0,631578…)
- Le 0.86 se situe dans la 12e colonne et à la 14e ligne de la table complète : c'est 12 :14 ou 6 :7 = 0,8571428571…

Niveaux : 8, 9, 10

Origine : fj

19. PARTAGE D'UN CARRÉ (Cat 9, 10)

Ce carré est partagé en quatre triangles par trois segments de 10 cm de longueur. (Voir la figure)



Quelles sont les aires de ces quatre triangles ?

Expliquez vos réponses.

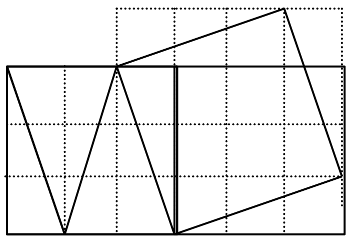
ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Géométrie : triangle isocèle, triangle rectangle, relation de Pythagore
- Équations

Analyse de la tâche

- Analyser la figure : deux triangles sont isocèles et égaux (deux côtés de 10 cm), leur axe de symétrie les partage en deux triangles rectangles de 10 cm d'hypoténuse, égaux aux deux triangles de gauche et de droite. En déduire que la longueur du petit côté d'un triangle rectangle est la moitié de celle de la base d'un triangle isocèle et le tiers du côté du carré ; puis que le grand côté de l'angle droit des triangles rectangles vaut le triple du petit côté.
- Établir alors la relation de Pythagore dans un des deux triangles rectangles.
  Par exemple, si c désigne la mesure du côté du carré, en cm :
  $c^2 + (c/3)^2 = 10^2$, d'où $c^2 = 90$, puis que les aires des quatre triangles valent 15, 30, 30 et 15 (cm^2).



Ou, sans Pythagore, travailler par quadrillage du carré d'origine en 3 x 3 et construire un carré de 10 cm de côté sur un des segments formant la diagonale d'un rectangle 3 x 1. Ce carré s'inscrit dans un quadrillage 4 x 4 et les 4 triangles en dehors du carré ont pour aire 6 carreaux. L'aire du carré d'aire 100 cm^2 est donc celle de 10 carreaux du quadrillage. On en déduit que l'aire d'un petit carré du quadrillage vaut 10 cm^2, que l'aire du carré d'origine vaut 90 cm^2 et que les aires des quatre triangles sont 15, 30, 30 et 15 (en cm^2).

Ou faire un dessin précis, mais sans pouvoir être certain des mesures 15 et 30.

Niveaux : 9, 10

Origine : fj

20. JOURNÉE DE PLUIE (Cat. 9, 10)

Chaque semaine Maxime et Léonard s'achètent au kiosque le dernier numéro de Transalpino, leur hebdomadaire préféré, ainsi que le « recueil » qui comprend 5 anciens numéros reliés.
Un après-midi de pluie, Maxime lit le dernier numéro paru, le 5802 et Leonard le recueil des anciens numéros 4506, 4507, 4508, 4509, 4510 qui vient de paraître.
À un certain moment, Leonard demande : *« Il n'y aura bientôt plus de recueils parce qu'ils rattraperont le dernier numéro de Transalpino ! Qu'est-ce que je vais lire alors ? »*
Maxime lui répond : *« Tu as raison ! Je n'y avais jamais pensé, mais ne te préoccupe pas, cela n'arrivera que dans de nombreuses semaines, et à ce moment-là, la pluie aura cessé ! ».*

Dans combien de semaines les « recueils » d'anciens numéros arriveront au nouveau numéro de la revue Transalpino ?

Justifiez votre réponse.

ANALYSE A PRIORI

Domaine de connaissances

- Arithmétique
- Algèbre : équations du premier degré ou représentation graphique

Analyse de la tâche

- Résoudre le problème par voie arithmétique en calculant l'écart entre les numéros et les recueils. Par exemple : cette semaine, le recueil arrive à 4510, il a donc 5802 – 4510 = 1292 numéros de « retard » sur le numéro qui vient de paraître. Comme le recueil « rattrape » 4 numéros par semaine, il faudra 1292 : 4 = 323 semaines.
- Vérifier que dans 323 semaines les deux publications coïncideront au numéro 6125 = 4510 + 5 x 323 = 5802 + 323.

Ou, au moyen d'un tableau débouchant sur une résolution algébrique:

semaine :		numéro de la revue		dernier numéro du recueil :
0		5802		4510
1		5802 + 1		4510 + 5
2		5802 + 2		4510 + 10
…		…		…
x		$5802 + x$		$4510 + 5x$

résoudre l'équation $4510 + 5x = 5802 + x$ dont la solution est $x = 323$.*

Ou représenter graphiquement les deux équations précédentes par deux droites et trouver leur point d'intersection.

Niveaux : 9 10

Origine : Valle d'Aosta